Un invito allo studio della Logica

Roberto De Leo

Feb 2008

Liceo Scientifico “L.B. Alberti” Cagliari

With Acroread, CTRL-L switch between full screen and window mode

“Un invito allo studio della Logica”

RdL

1 – Cosa è Logica?

1 – Cosa è Logica?

- La Logica è la scienza che si occupa dello studio del ragionamento

1 – Cosa è Logica?

- La Logica è la scienza che si occupa dello studio del ragionamento
- cioè di tutte quelle regole che ci permettono di dedurre correttamente delle conclusioni a partire da determinate premesse.

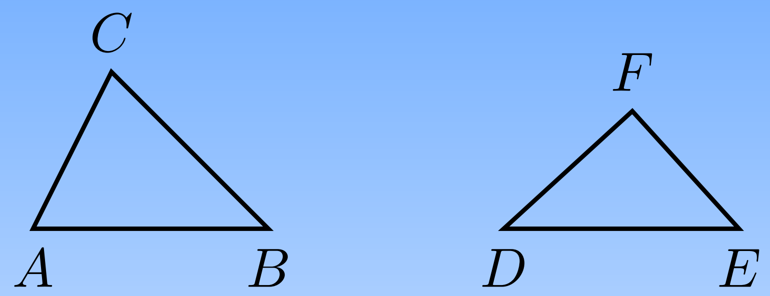
1 – Cosa è Logica?

- La Logica è la scienza che si occupa dello studio del ragionamento
- cioè di tutte quelle regole che ci permettono di dedurre correttamente delle conclusioni a partire da determinate premesse.
- Questo assume particolare importanza in Matematica, dato che in essenza ogni teoria Matematica è costituita da un insieme di “premesse” (chiamate “postulati” o “assiomi”) da cui, tramite il ragionamento, vengone dedotte le ’proprietà della teoria (teoremi).

2 – Esempio di deduzione logica

Teorema (Elementi di Euclide, I.24): se due triangoli ABC e DEF hanno due lati rispettivamente uguali e angoli compresi diseguali, allora all'angolo maggiore è opposto il lato maggiore.

Teorema (Elementi di Euclide, I.25): se due triangoli ABC e DEF hanno due lati rispettivamente uguali e il terzo diseguale, allora a lato maggiore è opposto l'angolo maggiore.



Dimostrazione: sia dunque $AB = DE$, $AC = DF$ e $BC > EF$ e dimostriamo che $B\hat{A}C > E\hat{D}F$. Se cosi' non fosse il primo angolo sarebbe o uguale o minore del secondo. Se fosse uguale allora, per il primo criterio di eguaglianza dei triangoli, i triangoli sarebbero uguali e quindi anche $BC = EF$, contrariamente all'ipotesi. Se fosse minore, allora per il teorema I.24 avremmo che $BC < EF$, ancora contro l'ipotesi. Dobbiamo dunque concludere che $BC > EF$, QED.

3 – La negazione

Data una proposizione A si puó generare una nuova proposizione “non A”, che risulta vera quando A è falsa e viceversa.

In logica si indica con

$$\neg A$$

Tavola di verità:

A	$\neg A$
V	F
F	V

4 – Il connettivo ’o’

Date due proposizioni A e B si puó generare la nuova proposizione “o A o B”, che risulta vera quando almeno una delle due proposizioni componenti è vera (disgiunzione inclusiva).

In logica si indica con

$$A \vee B$$

Tavola di verità:

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

5 – Il connettivo ’xor’

Date due proposizioni A e B si puó generare la nuova proposizione “A o B ma non entrambe”, che risulta vera quando esattamente una delle due proposizioni componenti è vera (disgiunzione esclusiva).

In logica si indica con

$$A \veebar B$$

Tavola di verità:

A	B	$A \veebar B$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

6 – Il connettivo ’e’

Date due proposizioni A e B si puó generare la nuova proposizione “sia A che B”, che risulta vera quando entrambe le due proposizioni componenti sono vere.

In logica si indica con

$$A \wedge B$$

Tavola di verità:

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

7 – Il connettivo ’implica’

Questo connettivo cerca di rappresentare il concetto di implicazione, ad esempio “$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$”. Notate peró che il concetto di causalità è estremamente complesso e certo non puó essere racchiuso in una tavola di verità, quella che segue è giusto la sua “migliore approssimazione” e si dovrebbe interpretare semplicemente come “non è possibile che sia vero B quando A è falso”.

In logica si indica con

$$A \to B$$

Tavola di verità:

A	B	$A \to B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

8 – Il connettivo 'equivale a'

Questo connettivo cerca di rappresentare il concetto di implicazione nei due sensi, cioè sia $A \longrightarrow B$ che $B \longrightarrow A$; ad esempio "$x = 2o - 2 \Leftrightarrow x^2 = 4$". Anche in questo caso non c'è necessariamente un nesso causa-effetto tra A e B, semplicemente si tratta di proposizioni che hanno lo stesso valore di verità.

In logica si indica con

$$A \leftrightarrow B$$

Tavola di verità:

A	B	$A \leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

9 – Importanti proprietà

9 – Importanti proprietà

➠ $\neg(\neg A) \quad \leftrightarrow \quad A$

9 – Importanti proprietà

- $\neg(\neg A) \quad \leftrightarrow \quad A$
- $\neg(A \vee B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge \neg B$

9 – Importanti proprietà

- $\neg(\neg A) \quad \leftrightarrow \quad A$
- $\neg(A \vee B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge \neg B$
- $\neg(A \veebar B) \quad \leftrightarrow \quad A \leftrightarrow B$

9 – Importanti proprietà

- $\neg(\neg A) \quad \leftrightarrow \quad A$
- $\neg(A \vee B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge \neg B$
- $\neg(A \veebar B) \quad \leftrightarrow \quad A \leftrightarrow B$
- $\neg(A \wedge B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \vee \neg B$

9 – Importanti proprietà

- $\neg(\neg A) \quad \leftrightarrow \quad A$
- $\neg(A \vee B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge \neg B$
- $\neg(A \veebar B) \quad \leftrightarrow \quad A \leftrightarrow B$
- $\neg(A \wedge B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \rightarrow B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge B$

9 – Importanti proprietà

- $\neg(\neg A) \quad \leftrightarrow \quad A$
- $\neg(A \vee B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge \neg B$
- $\neg(A \veebar B) \quad \leftrightarrow \quad A \leftrightarrow B$
- $\neg(A \wedge B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \rightarrow B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge B$
- $\neg(A \leftrightarrow B) \quad \leftrightarrow \quad A \veebar B$

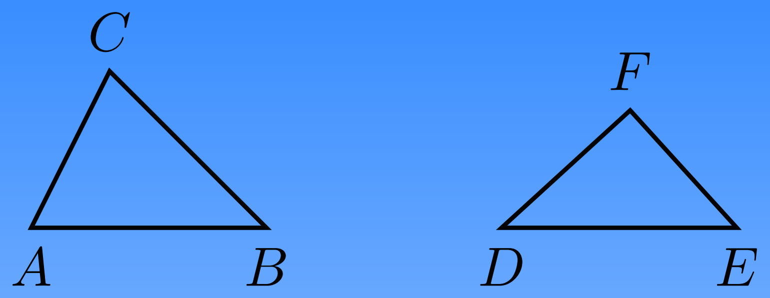
9 – Importanti proprietà

- $\neg(\neg A) \quad \leftrightarrow \quad A$
- $\neg(A \vee B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge \neg B$
- $\neg(A \veebar B) \quad \leftrightarrow \quad A \leftrightarrow B$
- $\neg(A \wedge B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \rightarrow B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge B$
- $\neg(A \leftrightarrow B) \quad \leftrightarrow \quad A \veebar B$
- $A \wedge (B \vee C) \quad \leftrightarrow \quad (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

9 – Importanti proprietà

- $\neg(\neg A) \quad \leftrightarrow \quad A$
- $\neg(A \vee B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge \neg B$
- $\neg(A \veebar B) \quad \leftrightarrow \quad A \leftrightarrow B$
- $\neg(A \wedge B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \rightarrow B) \quad \leftrightarrow \quad \neg A \wedge B$
- $\neg(A \leftrightarrow B) \quad \leftrightarrow \quad A \veebar B$
- $A \wedge (B \vee C) \quad \leftrightarrow \quad (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- $A \vee (B \wedge C) \quad \leftrightarrow \quad (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione



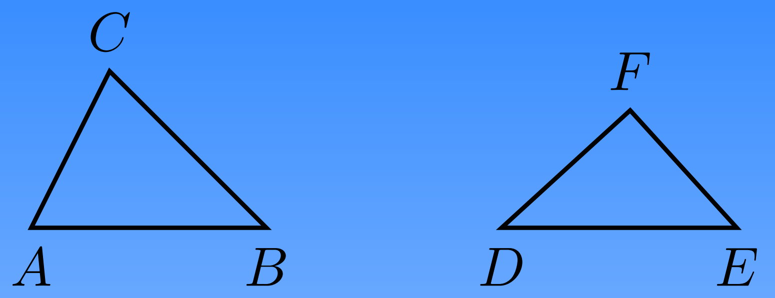
a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione



a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

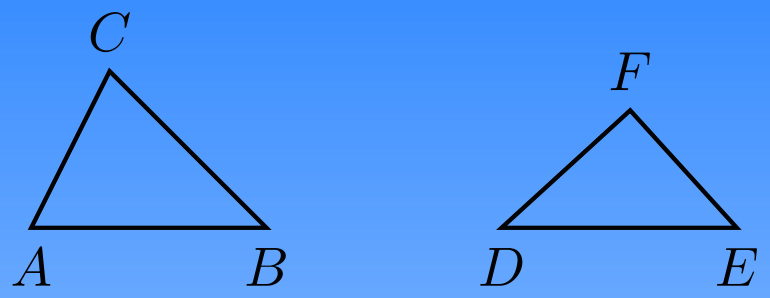
$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$

10 – Traduzione logica dell’esempio di deduzione



a = “$AB = DE$”, b = “$AC = DF$”,

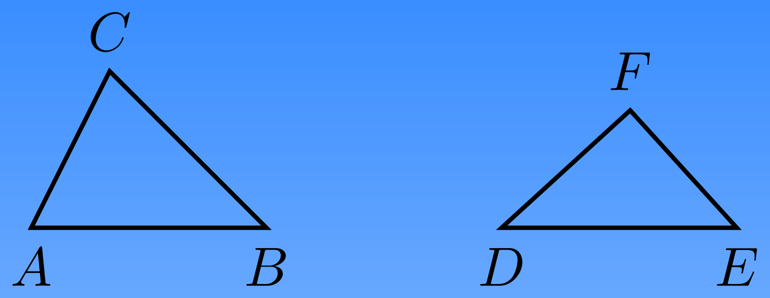
$c_>$ = “$BC > EF$”, $c_=$ = “$BC = EF$”, $c_<$ = “$BC < EF$”

$d_>$ = “$B\hat{A}C > E\hat{D}F$”, $d_=$ = “$B\hat{A}C = E\hat{D}F$”, $d_<$ = “$B\hat{A}C < E\hat{D}F$”

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \longrightarrow (d_= \vee d_<)$

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione



a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

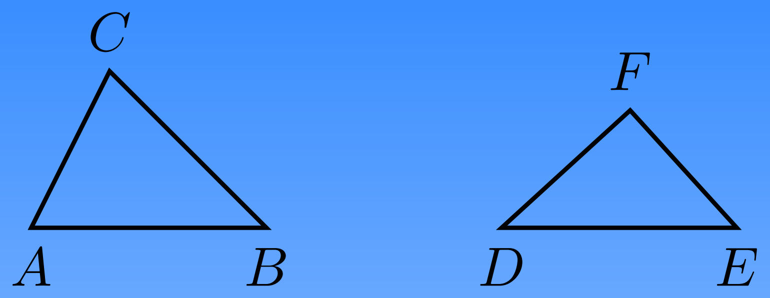
$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \longrightarrow (d_= \vee d_<)$
3. $(a \wedge b \wedge d_=) \longrightarrow c_=$

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione



a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

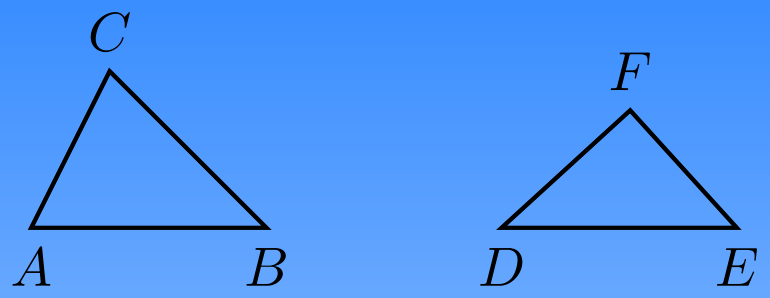
$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \rightarrow (d_= \vee d_<)$
3. $(a \wedge b \wedge d_=) \rightarrow c_=$
4. $(a \wedge b \wedge d_<) \rightarrow c_<$

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione



a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

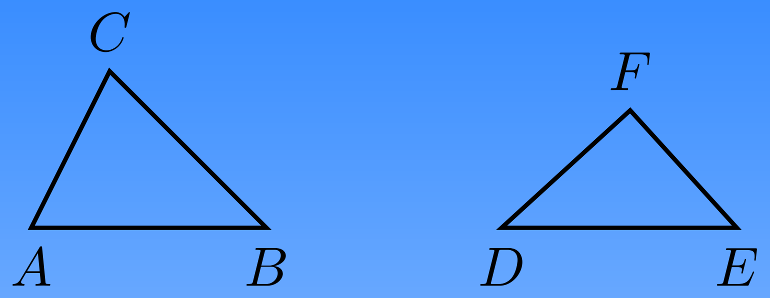
$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \longrightarrow (d_= \vee d_<)$
3. $(a \wedge b \wedge d_=) \longrightarrow c_=$
4. $(a \wedge b \wedge d_<) \longrightarrow c_<$
5. $(a \wedge b \wedge (d_= \vee d_<)) \longrightarrow (c_< \vee c_=)$

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione



a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

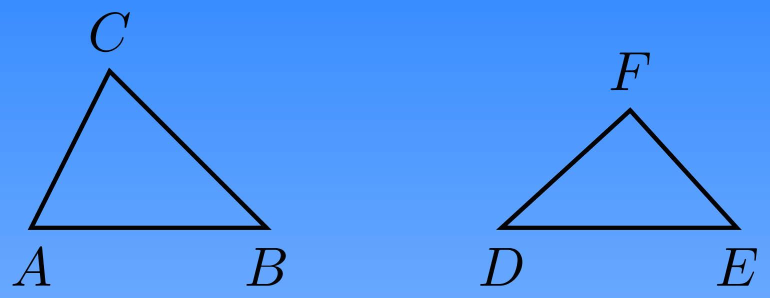
$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \longrightarrow (d_= \vee d_<)$
3. $(a \wedge b \wedge d_=) \longrightarrow c_=$
4. $(a \wedge b \wedge d_<) \longrightarrow c_<$
5. $(a \wedge b \wedge (d_= \vee d_<)) \longrightarrow (c_< \vee c_=)$
6. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \longrightarrow (c_< \vee c_=)$

10 – Traduzione logica dell’esempio di deduzione



a = “$AB = DE$”, b = “$AC = DF$”,

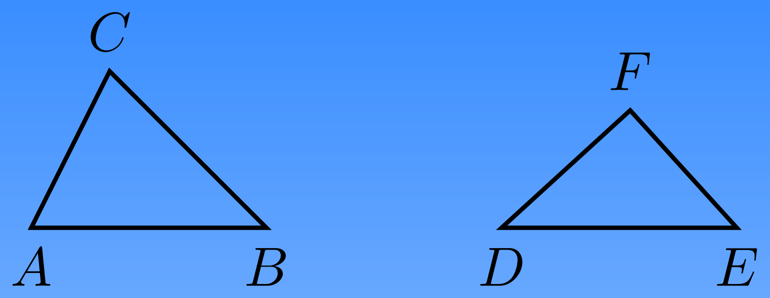
$c_>$ = “$BC > EF$”, $c_=$ = “$BC = EF$”, $c_<$ = “$BC < EF$”

$d_>$ = “$B\hat{A}C > E\hat{D}F$”, $d_=$ = “$B\hat{A}C = E\hat{D}F$”, $d_<$ = “$B\hat{A}C < E\hat{D}F$”

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \to (d_= \vee d_<)$
3. $(a \wedge b \wedge d_=) \to c_=$
4. $(a \wedge b \wedge d_<) \to c_<$
5. $(a \wedge b \wedge (d_= \vee d_<)) \to (c_< \vee c_=)$
6. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \to (c_< \vee c_=)$
7. $(c_= \vee c_<) \to \neg c_>$

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione



a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

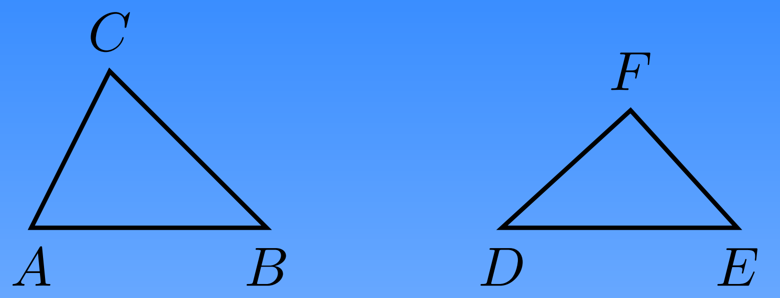
$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \longrightarrow (d_= \vee d_<)$
3. $(a \wedge b \wedge d_=) \longrightarrow c_=$
4. $(a \wedge b \wedge d_<) \longrightarrow c_<$
5. $(a \wedge b \wedge (d_= \vee d_<)) \longrightarrow (c_< \vee c_=)$
6. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \longrightarrow (c_< \vee c_=)$
7. $(c_= \vee c_<) \longrightarrow \neg c_>$
8. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \longrightarrow \neg c_>$

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione



a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

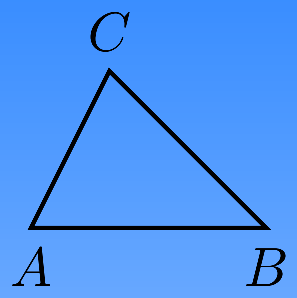
$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

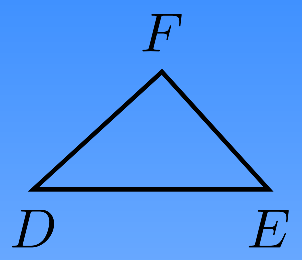
$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \rightarrow (d_= \vee d_<)$
3. $(a \wedge b \wedge d_=) \rightarrow c_=$
4. $(a \wedge b \wedge d_<) \rightarrow c_<$
5. $(a \wedge b \wedge (d_= \vee d_<)) \rightarrow (c_< \vee c_=)$
6. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \rightarrow (c_< \vee c_=)$
7. $(c_= \vee c_<) \rightarrow \neg c_>$
8. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \rightarrow \neg c_>$
9. $a \wedge b$

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione





a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

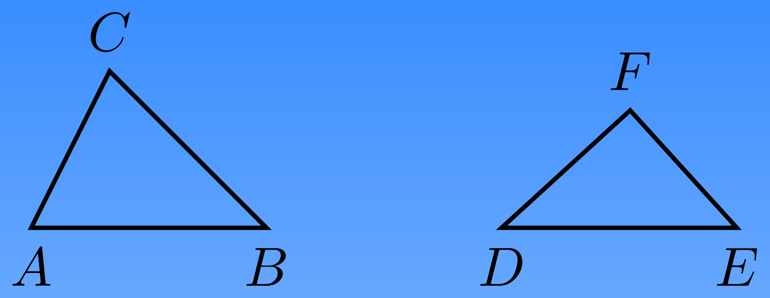
$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \rightarrow (d_= \vee d_<)$
3. $(a \wedge b \wedge d_=) \rightarrow c_=$
4. $(a \wedge b \wedge d_<) \rightarrow c_<$
5. $(a \wedge b \wedge (d_= \vee d_<)) \rightarrow (c_< \vee c_=)$
6. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \rightarrow (c_< \vee c_=)$
7. $(c_= \vee c_<) \rightarrow \neg c_>$
8. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \rightarrow \neg c_>$
9. $a \wedge b$
10. $\neg d_> \rightarrow \neg c_>$

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione



a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

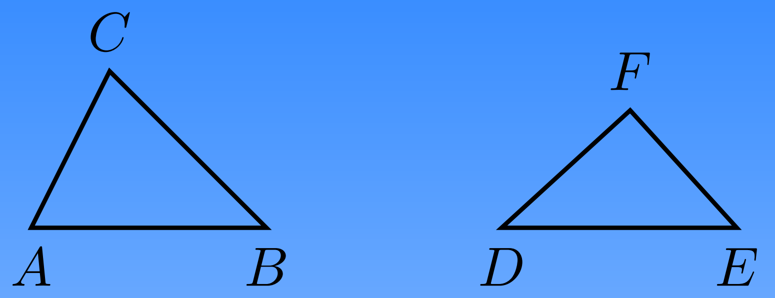
$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \rightarrow (d_= \vee d_<)$
3. $(a \wedge b \wedge d_=) \rightarrow c_=$
4. $(a \wedge b \wedge d_<) \rightarrow c_<$
5. $(a \wedge b \wedge (d_= \vee d_<)) \rightarrow (c_< \vee c_=)$
6. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \rightarrow (c_< \vee c_=)$
7. $(c_= \vee c_<) \rightarrow \neg c_>$
8. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \rightarrow \neg c_>$
9. $a \wedge b$
10. $\neg d_> \rightarrow \neg c_>$
11. $c_> \rightarrow d_>$

10 – Traduzione logica dell'esempio di deduzione



a = "$AB = DE$", b = "$AC = DF$",

$c_>$ = "$BC > EF$", $c_=$ = "$BC = EF$", $c_<$ = "$BC < EF$"

$d_>$ = "$B\hat{A}C > E\hat{D}F$", $d_=$ = "$B\hat{A}C = E\hat{D}F$", $d_<$ = "$B\hat{A}C < E\hat{D}F$"

Vogliamo dimostrare che dalle premesse a, b, $c_>$ segue che $d_>$.

1. $a \wedge b \wedge c_>$
2. $\neg d_> \rightarrow (d_= \vee d_<)$
3. $(a \wedge b \wedge d_=) \rightarrow c_=$
4. $(a \wedge b \wedge d_<) \rightarrow c_<$
5. $(a \wedge b \wedge (d_= \vee d_<)) \rightarrow (c_< \vee c_=)$
6. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \rightarrow (c_< \vee c_=)$
7. $(c_= \vee c_<) \rightarrow \neg c_>$
8. $(a \wedge b \wedge \neg d_>) \rightarrow \neg c_>$
9. $a \wedge b$
10. $\neg d_> \rightarrow \neg c_>$
11. $c_> \rightarrow d_>$
12. $d_>$

11 – Tautologie e contraddizioni

Una tautologia è una proposizione che è sempre vera, indipendentemente dai valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Una contraddizione è esattamente l'opposto di una tautologia, cioè rimane falsa qualunque siano i valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Esempi di tautologie:

11 – Tautologie e contraddizioni

Una tautologia è una proposizione che è sempre vera, indipendentemente dai valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Una contraddizione è esattamente l'opposto di una tautologia, cioè rimane falsa qualunque siano i valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Esempi di tautologie:

➠ $A \vee \neg A$ (terzo escluso)

11 – Tautologie e contraddizioni

Una tautologia è una proposizione che è sempre vera, indipendentemente dai valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Una contraddizione è esattamente l'opposto di una tautologia, cioè rimane falsa qualunque siano i valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Esempi di tautologie:

- $A \vee \neg A$ (terzo escluso)
- $\neg(A \wedge \neg A)$ (legge di non contraddizione)

11 – Tautologie e contraddizioni

Una tautologia è una proposizione che è sempre vera, indipendentemente dai valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Una contraddizione è esattamente l'opposto di una tautologia, cioè rimane falsa qualunque siano i valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Esempi di tautologie:

- $A \vee \neg A$ (terzo escluso)
- $\neg(A \wedge \neg A)$ (legge di non contraddizione)
- $\neg\neg A \leftrightarrow A$ (legge della doppia negazione)

11 – Tautologie e contraddizioni

Una tautologia è una proposizione che è sempre vera, indipendentemente dai valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Una contraddizione è esattamente l'opposto di una tautologia, cioè rimane falsa qualunque siano i valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Esempi di tautologie:

- $A \vee \neg A$ (terzo escluso)
- $\neg(A \wedge \neg A)$ (legge di non contraddizione)
- $\neg\neg A \leftrightarrow A$ (legge della doppia negazione)
- $(\neg A \to A) \to A$ (Consequentia mirabilis)

11 – Tautologie e contraddizioni

Una tautologia è una proposizione che è sempre vera, indipendentemente dai valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Una contraddizione è esattamente l'opposto di una tautologia, cioè rimane falsa qualunque siano i valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Esempi di tautologie:

- $A \vee \neg A$ (terzo escluso)
- $\neg(A \wedge \neg A)$ (legge di non contraddizione)
- $\neg\neg A \leftrightarrow A$ (legge della doppia negazione)
- $(\neg A \to A) \to A$ (Consequentia mirabilis)
- $(A \wedge \neg A) \to B$ (ex falso sequitur quodlibet)

11 – Tautologie e contraddizioni

Una tautologia è una proposizione che è sempre vera, indipendentemente dai valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Una contraddizione è esattamente l'opposto di una tautologia, cioè rimane falsa qualunque siano i valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Esempi di tautologie:

- $A \lor \neg A$ (terzo escluso)
- $\neg(A \land \neg A)$ (legge di non contraddizione)
- $\neg\neg A \leftrightarrow A$ (legge della doppia negazione)
- $(\neg A \to A) \to A$ (Consequentia mirabilis)
- $(A \land \neg A) \to B$ (ex falso sequitur quodlibet)
- $(A \to (B \land \neg B)) \to \neg A$ (dimostrazione per assurdo)

11 – Tautologie e contraddizioni

Una tautologia è una proposizione che è sempre vera, indipendentemente dai valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Una contraddizione è esattamente l'opposto di una tautologia, cioè rimane falsa qualunque siano i valori di verità delle proposizioni che la compongono.

Esempi di tautologie:

- $A \vee \neg A$ (terzo escluso)
- $\neg(A \wedge \neg A)$ (legge di non contraddizione)
- $\neg\neg A \leftrightarrow A$ (legge della doppia negazione)
- $(\neg A \to A) \to A$ (Consequentia mirabilis)
- $(A \wedge \neg A) \to B$ (ex falso sequitur quodlibet)
- $(A \to (B \wedge \neg B)) \to \neg A$ (dimostrazione per assurdo)
- $(A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)) \leftrightarrow ((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C)$ (Associatività della equivalenza logica)

12 – Il teorema di Godel

- Dato un qualunque sistema di assiomi *consistenti* (cioè tali che non generano contraddizioni) esiste almeno una proposizione che non puó essere dimostrata da quegli assiomi (ad es. il postulato delle parallele in geometria euclidea o l'ipotesi del continuo in teoria degli insiemi).

  Questa proposizione o il suo opposto vanno dunque aggiunti alla lista degli assiomi, ottenendo cosi' due diverse teorie matematiche.

- Una scelta di assiomi in cui qualunque proposizione risulta dimostrabile è necessariamente inconsistente, cioè c'è almeno una affermazione di cui si puó provare sia lei che il suo opposto (e quindi è da buttare!).


RAYMOND SMULLYAN
ALICE
NEL PAESE DEGLI INDOVINELLI
Racconto alla maniera di Lewis Carroll per bambini infraottantenni
ZANICHELLI

Capitolo 3

Chi è matto?

«Da quella parte» disse il Gatto, e fece un cenno con la zampa destra, «abita il Cappellaio. Dall'altra» e fece segno con la zampa sinistra «abita la Lepre Marzolina. Puoi far visita a chi vuoi; sono matti tutti e due.»
«Ma io non ho nessuna intenzione di andare tra i matti!» rispose Alice.
«Ah, non ne puoi fare a meno!» disse il Gatto. «Qui siamo tutti matti.»

Alice nel Paese delle meraviglie, *Capitolo 6*

Dopo il processo, Alice incontrò la Duchessa e insieme fecero questa straordinaria conversazione.

«Il Gatto del Cheshire dice che qui tutti sono matti» disse Alice. «È proprio vero?»

«Naturalmente no» replicò la Duchessa. «Se fosse proprio vero, anche il Gatto sarebbe matto quindi non potresti fidarti di quello che asserisce.»

Questo suonò perfettamente logico ad Alice.

«Ma ti confiderò un gran segreto, mia cara,» continuò la Duchessa. «*Metà* delle creature qui intorno sono matte, completamente matte!»

«Questo non mi sorprende,» disse Alice, «molte mi sono sembrate *davvero* matte!»

«Quando dico *completamente* matte,» continuò la Duchessa, ignorando davvero l'intervento di Alice, «intendo esattamente quello che dico: sono completamente illuse! Tutto ciò in cui credono è sbagliato — non qualcosa, ma *tutto*. Tutto ciò che è vero lo credono falso e tutto ciò che è falso lo credono vero.»

Alice pensò un attimo a questo stranissimo stato di cose. «Queste creature matte credono che due più due faccia cinque?» chiese Alice.

«Naturalmente, bambina! Poiché due più due non fa cinque le creature matte credono invece che sia così.»

«E queste creature matte credono che due più due faccia sei?»

«Naturalmente,» replicò la Duchessa, «poiché non è così, loro credono che sia giusto.»

«Ma due più due non può essere allo stesso tempo uguale a cinque *e* a sei!» esclamò Alice.

«Naturalmente no,» convenne la Duchessa, «*tu* lo sai ed *io* lo so, ma le creature matte no. E la morale di tutto questo è... .»

«E riguardo alle persone savie?» interruppe Alice (che aveva ascoltato fin troppe morali quel giorno). «Immagino che la maggior parte di quello in cui credono sia vero, ma una parte non lo sia!»

«Oh no, no!» disse la Duchessa con molta enfasi. «Questo potrebbe essere vero nel paese da dove *tu* vieni, ma qui i savi sono precisi nelle loro opinioni a meno dell'un per cento! Tutto ciò che è vero sanno che è vero e tutto ciò che è falso sanno che è falso.»

Alice meditò su questo. «Chi, qui intorno, è savio e chi è matto?» chiese Alice. «Mi piacerebbe scoprirlo.»

13 – Il Bruco e la Lucertola

14

Il Bruco e la Lucertola. «Bene,» rispose la Duchessa, «prendi, per esempio, il Bruco e Bill la Lucertola. Il Bruco crede che entrambi siano matti.»

«Chi di loro è veramente matto?» chiese Alice.

«*Questo* non te lo dirò!» replicò la Duchessa, «ti ho fornito sufficienti informazioni per arrivare alla risposta.»

Qual è la soluzione? Il Bruco è savio o matto? E che dire della Lucertola?

Traduzione in Formule:

B = “Il Bruco è savio”, L = “La Lucertola è savia”

Traduzione in Formule:

B = “Il Bruco è savio”, L = “La Lucertola è savia”

$$B \leftrightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

Traduzione in Formule:

B = “Il Bruco è savio”, L = “La Lucertola è savia”

$$B \leftrightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

Soluzione:

Dalla formula di sopra segue che, in particolare,

$$B \rightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

Traduzione in Formule:

B = “Il Bruco è savio”, L = “La Lucertola è savia”

$$B \leftrightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

Soluzione:

Dalla formula di sopra segue che, in particolare,

$$B \rightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

e quindi, in particolare,

$$B \rightarrow \neg B$$

Traduzione in Formule:

B = “Il Bruco è savio”, L = “La Lucertola è savia”

$$B \leftrightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

Soluzione:

Dalla formula di sopra segue che, in particolare,

$$B \longrightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

e quindi, in particolare,

$$B \longrightarrow \neg B$$

Dunque B dev’essere per forza falsa (e quindi il Bruco è matto!) per cui

$$\neg(\neg B \wedge \neg L)$$

Traduzione in Formule:

B = “Il Bruco è savio”, L = “La Lucertola è savia”

$$B \leftrightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

Soluzione:

Dalla formula di sopra segue che, in particolare,

$$B \rightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

e quindi, in particolare,

$$B \rightarrow \neg B$$

Dunque B dev’essere per forza falsa (e quindi il Bruco è matto!) per cui

$$\neg(\neg B \wedge \neg L)$$

cioè

$$B \vee L$$

Traduzione in Formule:

B = “Il Bruco è savio”, L = “La Lucertola è savia”

$$B \leftrightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

Soluzione:

Dalla formula di sopra segue che, in particolare,

$$B \longrightarrow (\neg B \wedge \neg L)$$

e quindi, in particolare,

$$B \longrightarrow \neg B$$

Dunque B dev’essere per forza falsa (e quindi il Bruco è matto!) per cui

$$\neg(\neg B \wedge \neg L)$$

cioè

$$B \vee L$$

Ma dato che B è falsa da qui deduciamo che dev’esser vera L, cioè la Lucertola è savia!

14 – La Cuoca e il Gatto

15

LA CUOCA E IL GATTO. «Poi ci sono la mia cuoca e il Gatto del Cheshire,» continuò la Duchessa. «La Cuoca crede che almeno uno dei due sia matto.»

Che conclusioni trarre sulla Cuoca o sul Gatto?

14 – La Cuoca e il Gatto

15

La Cuoca e il Gatto. «Poi ci sono la mia cuoca e il Gatto del Cheshire,» continuò la Duchessa. «La Cuoca crede che almeno uno dei due sia matto.»

Che conclusioni trarre sulla Cuoca o sul Gatto?

Traduzione in Formule:

C = "La Cuoca è savia", G = "Il Gatto del Cheshire è savio"

14 – La Cuoca e il Gatto

15

LA CUOCA E IL GATTO. «Poi ci sono la mia cuoca e il Gatto del Cheshire,» continuò la Duchessa. «La Cuoca crede che almeno uno dei due sia matto.»

Che conclusioni trarre sulla Cuoca o sul Gatto?

Traduzione in Formule:

C = "La Cuoca è savia", G = "Il Gatto del Cheshire è savio"

$$C \leftrightarrow (\neg C \vee \neg G)$$

14 – La Cuoca e il Gatto

♚ 15

LA CUOCA E IL GATTO. «Poi ci sono la mia cuoca e il Gatto del Cheshire,» continuò la Duchessa. «La Cuoca crede che almeno uno dei due sia matto.»

Che conclusioni trarre sulla Cuoca o sul Gatto?

Traduzione in Formule:

C = "La Cuoca è savia", G = "Il Gatto del Cheshire è savio"

$$C \leftrightarrow (\neg C \vee \neg G)$$

Soluzione:

Dire che $A \leftrightarrow B$ è lo stesso che dire che $\neg A \leftrightarrow \neg B$, che nel nostro caso significa

$$\neg C \leftrightarrow \neg(\neg C \vee \neg G) \leftrightarrow C \wedge G$$

14 – La Cuoca e il Gatto

15

LA CUOCA E IL GATTO. «Poi ci sono la mia cuoca e il Gatto del Cheshire,» continuò la Duchessa. «La Cuoca crede che almeno uno dei due sia matto.»

Che conclusioni trarre sulla Cuoca o sul Gatto?

Traduzione in Formule:

C = "La Cuoca è savia", G = "Il Gatto del Cheshire è savio"

$$C \leftrightarrow (\neg C \vee \neg G)$$

Soluzione:

Dire che $A \leftrightarrow B$ è lo stesso che dire che $\neg A \leftrightarrow \neg B$, che nel nostro caso significa

$$\neg C \leftrightarrow \neg(\neg C \vee \neg G) \leftrightarrow C \wedge G$$

Esattamente come prima dunque succede che $\neg C \rightarrow C$, cioè $\neg C$ dev'essere falsa!

14 – La Cuoca e il Gatto

15

La Cuoca e il Gatto. «Poi ci sono la mia cuoca e il Gatto del Cheshire,» continuò la Duchessa. «La Cuoca crede che almeno uno dei due sia matto.»

Che conclusioni trarre sulla Cuoca o sul Gatto?

Traduzione in Formule:

C = “La Cuoca è savia”, G = “Il Gatto del Cheshire è savio”

$$C \leftrightarrow (\neg C \vee \neg G)$$

Soluzione:

Dire che $A \leftrightarrow B$ è lo stesso che dire che $\neg A \leftrightarrow \neg B$, che nel nostro caso significa

$$\neg C \leftrightarrow \neg(\neg C \vee \neg G) \leftrightarrow C \wedge G$$

Esattamente come prima dunque succede che $\neg C \rightarrow C$, cioè $\neg C$ dev’essere falsa!

La cuoca dunque è savia e dunque è vero che $\neg C \vee \neg G$

14 – La Cuoca e il Gatto

15

La Cuoca e il Gatto. «Poi ci sono la mia cuoca e il Gatto del Cheshire,» continuò la Duchessa. «La Cuoca crede che almeno uno dei due sia matto.»

Che conclusioni trarre sulla Cuoca o sul Gatto?

Traduzione in Formule:

C = “La Cuoca è savia”, G = “Il Gatto del Cheshire è savio”

$$C \leftrightarrow (\neg C \vee \neg G)$$

Soluzione:

Dire che $A \leftrightarrow B$ è lo stesso che dire che $\neg A \leftrightarrow \neg B$, che nel nostro caso significa

$$\neg C \leftrightarrow \neg(\neg C \vee \neg G) \leftrightarrow C \wedge G$$

Esattamente come prima dunque succede che $\neg C \to C$, cioè $\neg C$ dev’essere falsa!

La cuoca dunque è savia e dunque è vero che $\neg C \vee \neg G$

da cui necessariamente $\neg G$, cioè il Gatto dev’essere matto.

15 – Domestico-Pesce e Domestico-Rana

16

Il Domestico-Pesce e il Domestico-Rana. «Questo era molto interessante» disse Alice. «I due casi sono abbastanza diversi.»

«Naturalmente che lo sono, mia cara! E la morale di tutto ciò è... essere o non essere non è la stessa cosa di essere *e* non essere.»

Alice tentava di immaginarsi quello che la Duchessa volesse significare, quando la Duchessa interruppe i suoi pensieri.

«Ecco i miei due domestici, il Domestico-Pesce e il Domestico-Rana. Li hai già conosciuti?»

«Oh sì, naturalmente!» disse Alice, ricordando la rozzezza di quest'ultimo.

«Bene, il Domestico-Pesce crede che lui e il Domestico-Rana siano uguali — in altre parole che siano entrambi savi o entrambi matti. E ora, mia cara, tocca a *te* dirmi quale dei due è matto.»

Alice non capiva perché fosse toccato proprio a *lei*. Tuttavia l'indovinello l'interessava, cosicché vi pensò un po'.

«Mi dispiace, non so risolverlo,» disse Alice, «so che cosa è uno dei due domestici, ma non riesco a capire l'altro.»

«Ma tu l'hai *risolto*, cara!» disse la Duchessa, abbracciando Alice. «Che cosa è l'altro domestico non può essere ricavato da quello che ti ho detto. Infatti, neppure io conosco come sia l'altro.»

Quale domestico credete sia savio o matto, e come è?

15 – Domestico-Pesce e Domestico-Rana

♚ 16

Il Domestico-Pesce e il Domestico-Rana. «Questo era molto interessante» disse Alice. «I due casi sono abbastanza diversi.»

«Naturalmente che lo sono, mia cara! E la morale di tutto ciò è... essere o non essere non è la stessa cosa di essere *e* non essere.»

Alice tentava di immaginarsi quello che la Duchessa volesse significare, quando la Duchessa interruppe i suoi pensieri.

«Ecco i miei due domestici, il Domestico-Pesce e il Domestico-Rana. Li hai già conosciuti?»

«Oh sì, naturalmente!» disse Alice, ricordando la rozzezza di quest'ultimo.

«Bene, il Domestico-Pesce crede che lui e il Domestico-Rana siano uguali — in altre parole che siano entrambi savi o entrambi matti. E ora, mia cara, tocca a *te* dirmi quale dei due è matto.»

Alice non capiva perché fosse toccato proprio a *lei*. Tuttavia l'indovinello l'interessava, cosicché vi pensò un po'.

«Mi dispiace, non so risolverlo,» disse Alice, «so che cosa è uno dei due domestici, ma non riesco a capire l'altro.»

«Ma tu l'hai *risolto*, cara!» disse la Duchessa, abbracciando Alice. «Che cosa è l'altro domestico non può essere ricavato da quello che ti ho detto. Infatti, neppure io conosco come sia l'altro.»

Quale domestico credete sia savio o matto, e come è?

Traduzione in Formule:

P = “Il Domestico-Pesce è savio”, R = “Il Domestico-Rana è savio”,

$$P \leftrightarrow (P \leftrightarrow R)$$

Soluzione:

Dalla associatività dell'equivalenza logica segue che

$P \leftrightarrow (P \leftrightarrow R)$ è esattamente equivalente a $(P \leftrightarrow P) \leftrightarrow R$

Soluzione:

Dalla associatività dell'equivalenza logica segue che

$P \leftrightarrow (P \leftrightarrow R)$ è esattamente equivalente a $(P \leftrightarrow P) \leftrightarrow R$

ma $P \leftrightarrow P$ è ovviamente una tautologia per cui R è vera,

cioè il Domestico-Rana è savio!

Soluzione:

Dalla associatività dell'equivalenza logica segue che

$P \leftrightarrow (P \leftrightarrow R)$ è esattamente equivalente a $(P \leftrightarrow P) \leftrightarrow R$

ma $P \leftrightarrow P$ è ovviamente una tautologia per cui R è vera,

cioè il Domestico-Rana è savio!

Del Domestico-Pesce non si puó concludere nulla.

Soluzione:

Dalla associatività dell'equivalenza logica segue che

$P \leftrightarrow (P \leftrightarrow R)$ è esattamente equivalente a $(P \leftrightarrow P) \leftrightarrow R$

ma $P \leftrightarrow P$ è ovviamente una tautologia per cui R è vera,

cioè il Domestico-Rana è savio!

Del Domestico-Pesce non si puó concludere nulla.

Soluzione alternativa:

Se assumiamo P allora chiaramente segue R.

Soluzione:

Dalla associatività dell'equivalenza logica segue che

$P \leftrightarrow (P \leftrightarrow R)$ è esattamente equivalente a $(P \leftrightarrow P) \leftrightarrow R$

ma $P \leftrightarrow P$ è ovviamente una tautologia per cui R è vera,

cioè il Domestico-Rana è savio!

Del Domestico-Pesce non si puó concludere nulla.

Soluzione alternativa:

Se assumiamo P allora chiaramente segue R.

Se assumiamo $\neg P$ allora segue $\neg(P \leftrightarrow R)$, cioè $P \veebar R$,

ma dato che $\neg P$ allora dev'essere necessariamente R.

Soluzione:

Dalla associatività dell'equivalenza logica segue che

$P \leftrightarrow (P \leftrightarrow R)$ è esattamente equivalente a $(P \leftrightarrow P) \leftrightarrow R$

ma $P \leftrightarrow P$ è ovviamente una tautologia per cui R è vera,

cioè il Domestico-Rana è savio!

Del Domestico-Pesce non si puó concludere nulla.

Soluzione alternativa:

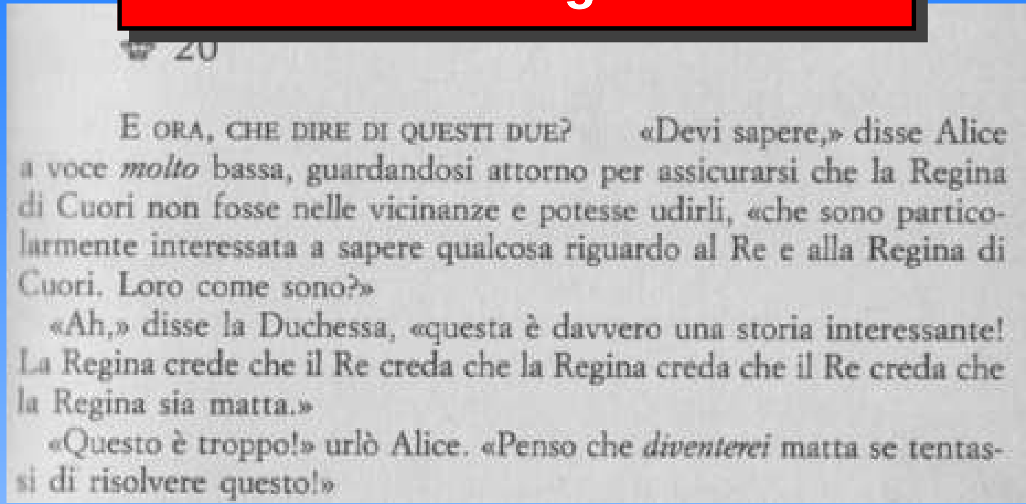
Se assumiamo P allora chiaramente segue R.

Se assumiamo $\neg P$ allora segue $\neg(P \leftrightarrow R)$, cioè $P \veebar R$,

ma dato che $\neg P$ allora dev'essere necessariamente R.

In breve, R segue sia da P che da $\neg P$!

16 – Il Re e la Regina di Cuori

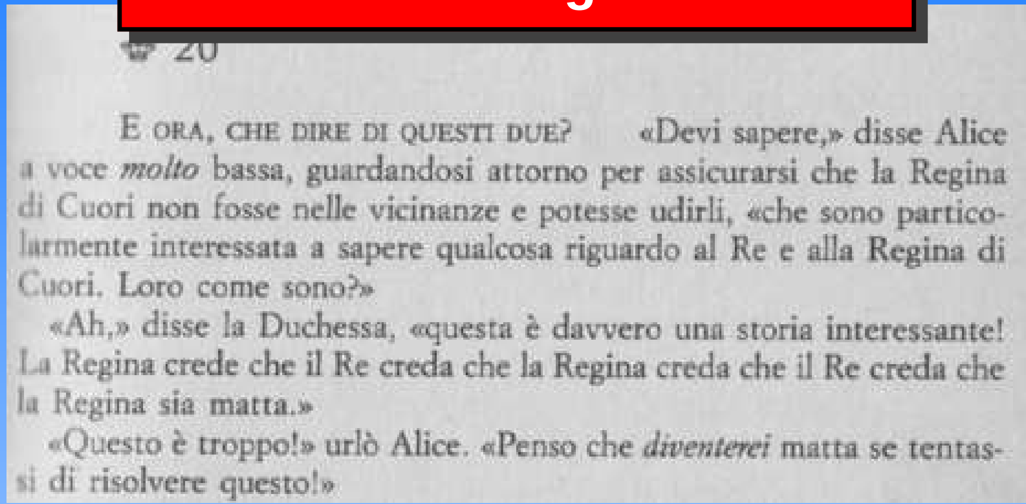

20

E ORA, CHE DIRE DI QUESTI DUE? «Devi sapere,» disse Alice a voce *molto* bassa, guardandosi attorno per assicurarsi che la Regina di Cuori non fosse nelle vicinanze e potesse udirli, «che sono particolarmente interessata a sapere qualcosa riguardo al Re e alla Regina di Cuori. Loro come sono?»

«Ah,» disse la Duchessa, «questa è davvero una storia interessante! La Regina crede che il Re creda che la Regina creda che il Re creda che la Regina sia matta.»

«Questo è troppo!» urlò Alice. «Penso che *diventerei* matta se tentassi di risolvere questo!»

16 – Il Re e la Regina di Cuori



20

E ORA, CHE DIRE DI QUESTI DUE? «Devi sapere,» disse Alice a voce *molto* bassa, guardandosi attorno per assicurarsi che la Regina di Cuori non fosse nelle vicinanze e potesse udirli, «che sono particolarmente interessata a sapere qualcosa riguardo al Re e alla Regina di Cuori. Loro come sono?»

«Ah,» disse la Duchessa, «questa è davvero una storia interessante! La Regina crede che il Re creda che la Regina creda che il Re creda che la Regina sia matta.»

«Questo è troppo!» urlò Alice. «Penso che *diventerei* matta se tentassi di risolvere questo!»

Traduzione in Formule:

K = “Il Re è savio”, Q = “La Regina è savia”,

$$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)))$$

16 – Il Re e la Regina di Cuori

20

E ORA, CHE DIRE DI QUESTI DUE? «Devi sapere,» disse Alice a voce *molto* bassa, guardandosi attorno per assicurarsi che la Regina di Cuori non fosse nelle vicinanze e potesse udirli, «che sono particolarmente interessata a sapere qualcosa riguardo al Re e alla Regina di Cuori. Loro come sono?»

«Ah,» disse la Duchessa, «questa è davvero una storia interessante! La Regina crede che il Re creda che la Regina creda che il Re creda che la Regina sia matta.»

«Questo è troppo!» urlò Alice. «Penso che *diventerei* matta se tentassi di risolvere questo!»

Traduzione in Formule:

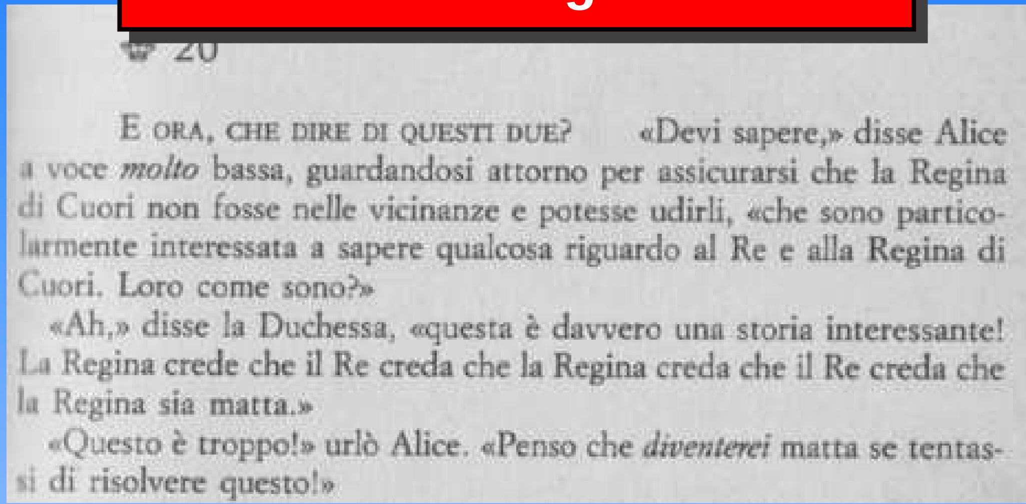
K = “Il Re è savio”, Q = “La Regina è savia”,

$$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)))$$

Soluzione:

$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)$ è equivalente a $Q \leftrightarrow (\neg Q \leftrightarrow K)$ (l’equivalenza logica è commutativa!)

16 – Il Re e la Regina di Cuori



20

E ORA, CHE DIRE DI QUESTI DUE? «Devi sapere,» disse Alice a voce *molto* bassa, guardandosi attorno per assicurarsi che la Regina di Cuori non fosse nelle vicinanze e potesse udirli, «che sono particolarmente interessata a sapere qualcosa riguardo al Re e alla Regina di Cuori. Loro come sono?»

«Ah,» disse la Duchessa, «questa è davvero una storia interessante! La Regina crede che il Re creda che la Regina creda che il Re creda che la Regina sia matta.»

«Questo è troppo!» urlò Alice. «Penso che *diventerei* matta se tentassi di risolvere questo!»

Traduzione in Formule:

K = “Il Re è savio”, Q = “La Regina è savia”,

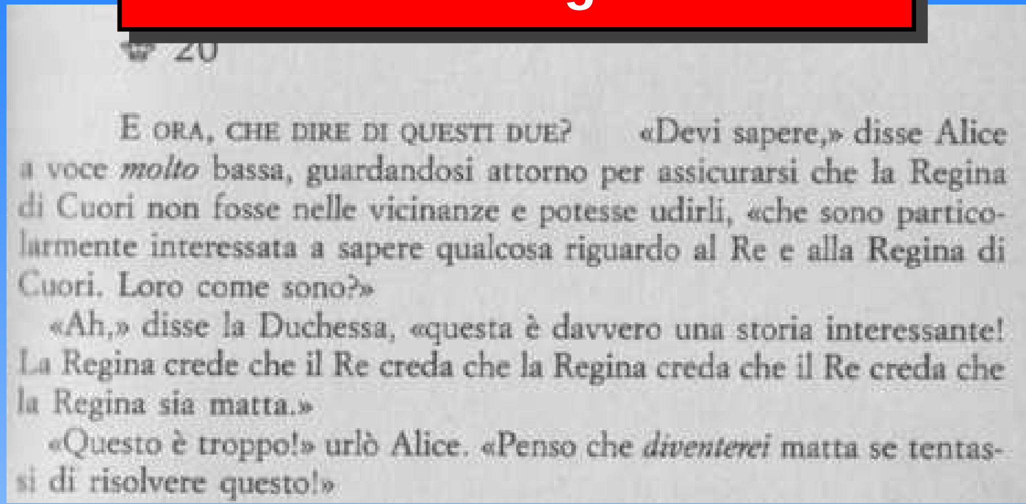
$$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)))$$

Soluzione:

$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)$ è equivalente a $Q \leftrightarrow (\neg Q \leftrightarrow K)$ (l’equivalenza logica è commutativa!)

e quindi a $(Q \leftrightarrow \neg Q) \leftrightarrow K$ (l’equivalenza logica è associativa!).

16 – Il Re e la Regina di Cuori



20

E ORA, CHE DIRE DI QUESTI DUE? «Devi sapere,» disse Alice a voce *molto* bassa, guardandosi attorno per assicurarsi che la Regina di Cuori non fosse nelle vicinanze e potesse udirli, «che sono particolarmente interessata a sapere qualcosa riguardo al Re e alla Regina di Cuori. Loro come sono?»

«Ah,» disse la Duchessa, «questa è davvero una storia interessante! La Regina crede che il Re creda che la Regina creda che il Re creda che la Regina sia matta.»

«Questo è troppo!» urlò Alice. «Penso che *diventerei* matta se tentassi di risolvere questo!»

Traduzione in Formule:

K = "Il Re è savio", Q = "La Regina è savia",

$$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)))$$

Soluzione:

$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)$ è equivalente a $Q \leftrightarrow (\neg Q \leftrightarrow K)$ (l'equivalenza logica è commutativa!)

e quindi a $(Q \leftrightarrow \neg Q) \leftrightarrow K$ (l'equivalenza logica è associativa!).

Dunque dire $K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q))$ è come dire $K \leftrightarrow ((Q \leftrightarrow \neg Q) \leftrightarrow K)$

16 – Il Re e la Regina di Cuori

20

E ORA, CHE DIRE DI QUESTI DUE? «Devi sapere,» disse Alice a voce *molto* bassa, guardandosi attorno per assicurarsi che la Regina di Cuori non fosse nelle vicinanze e potesse udirli, «che sono particolarmente interessata a sapere qualcosa riguardo al Re e alla Regina di Cuori. Loro come sono?»

«Ah,» disse la Duchessa, «questa è davvero una storia interessante! La Regina crede che il Re creda che la Regina creda che il Re creda che la Regina sia matta.»

«Questo è troppo!» urlò Alice. «Penso che *diventerei* matta se tentassi di risolvere questo!»

Traduzione in Formule:

K = “Il Re è savio”, Q = “La Regina è savia”,

$$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)))$$

Soluzione:

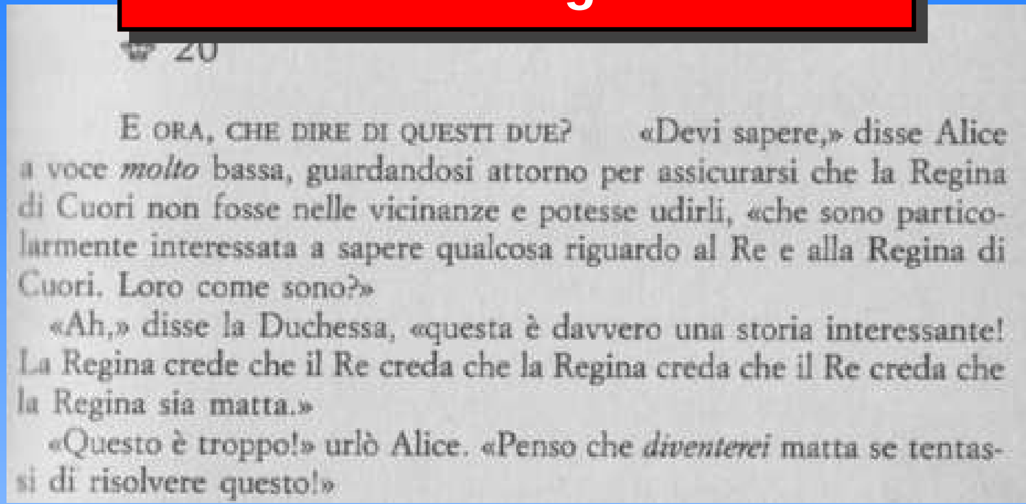
$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)$ è equivalente a $Q \leftrightarrow (\neg Q \leftrightarrow K)$ (l’equivalenza logica è commutativa!)

e quindi a $(Q \leftrightarrow \neg Q) \leftrightarrow K$ (l’equivalenza logica è associativa!).

Dunque dire $K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q))$ è come dire $K \leftrightarrow ((Q \leftrightarrow \neg Q) \leftrightarrow K)$

o anche $K \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q))$

16 – Il Re e la Regina di Cuori



20

E ORA, CHE DIRE DI QUESTI DUE? «Devi sapere,» disse Alice a voce *molto* bassa, guardandosi attorno per assicurarsi che la Regina di Cuori non fosse nelle vicinanze e potesse udirli, «che sono particolarmente interessata a sapere qualcosa riguardo al Re e alla Regina di Cuori. Loro come sono?»

«Ah,» disse la Duchessa, «questa è davvero una storia interessante! La Regina crede che il Re creda che la Regina creda che il Re creda che la Regina sia matta.»

«Questo è troppo!» urlò Alice. «Penso che *diventerei* matta se tentassi di risolvere questo!»

Traduzione in Formule:

K = “Il Re è savio”, Q = “La Regina è savia”,

$$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)))$$

Soluzione:

$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)$ è equivalente a $Q \leftrightarrow (\neg Q \leftrightarrow K)$ (l’equivalenza logica è commutativa!)

e quindi a $(Q \leftrightarrow \neg Q) \leftrightarrow K$ (l’equivalenza logica è associativa!).

Dunque dire $K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q))$ è come dire $K \leftrightarrow ((Q \leftrightarrow \neg Q) \leftrightarrow K)$

o anche $K \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q))$

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

In conclusione quindi la formula iniziale

$$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)))$$

si puó riscrivere come

$$Q \leftrightarrow ((K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q))$$

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

In conclusione quindi la formula iniziale

$$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)))$$

si puó riscrivere come

$$Q \leftrightarrow ((K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q))$$

cioè la Regina sostiene che una tautologia ($K \leftrightarrow K$)

sia equivalente ad una contraddizione ($Q \leftrightarrow \neg Q$),

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

In conclusione quindi la formula iniziale

$$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)))$$

si puó riscrivere come

$$Q \leftrightarrow ((K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q))$$

cioè la Regina sostiene che una tautologia ($K \leftrightarrow K$)

sia equivalente ad una contraddizione ($Q \leftrightarrow \neg Q$),

dunque è decisamente matta!

che è a sua volta equivalente a

$$(K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q)$$

In conclusione quindi la formula iniziale

$$Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow (Q \leftrightarrow (K \leftrightarrow \neg Q)))$$

si puó riscrivere come

$$Q \leftrightarrow ((K \leftrightarrow K) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg Q))$$

cioè la Regina sostiene che una tautologia ($K \leftrightarrow K$)

sia equivalente ad una contraddizione ($Q \leftrightarrow \neg Q$),

dunque è decisamente matta!

Notate peró che del Re invece non si puó concluder nulla.

17 – Il Fante di Cuori

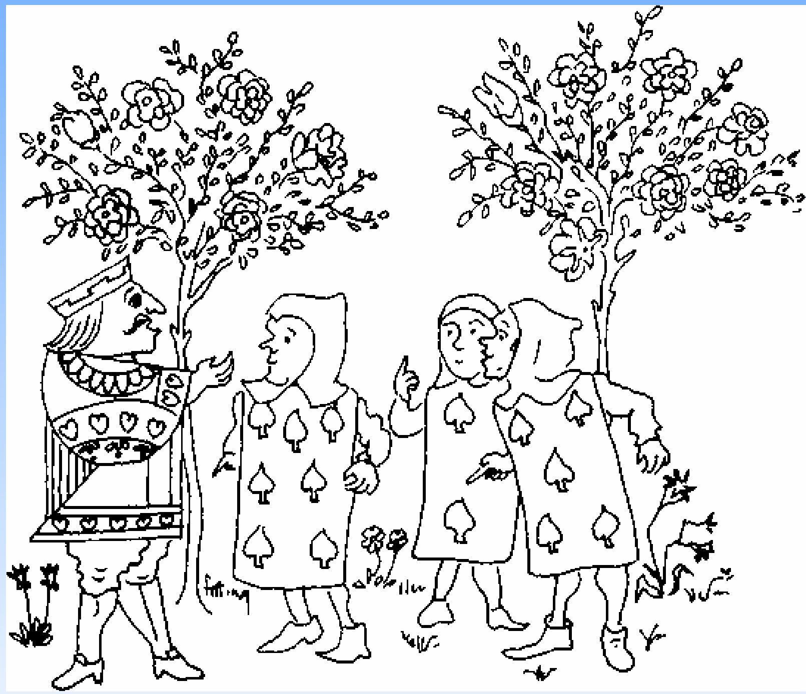
♛ 24

THE KNAVE OF HEARTS Alice solved this last puzzle.

"I think I know *why* half the people around here are mad," said Alice.

"Why?" asked the Duchess.

"I think they went mad trying to work out puzzles like *these*. They're dreadfully confusing!"



ALICE IN PUZZLE-LAND

"As to *confusing* puzzles," replied the Duchess, "these are nothing compared to some I *could* tell you if I chose!"

"Oh, you needn't choose!" said Alice as politely as she could.

"For example, there's the Knave of Hearts," the Duchess went on, "he keeps company with the Spade-Gardeners, One, Two, Three, Four, Five, Six, and Seven. I believe you've met Two, Five, and Seven?"

"Oh, yes," remembered Alice, "they were having a terrible time trying to paint the white roses red, because they had by mistake planted a white rose tree in the garden instead of a red rose tree as the Queen had ordered."

"Well," said the Duchess, "Three believes that One is mad. Four believes that Three and Two are not both mad. Five believes that One and Four are either both mad or both sane. Six believes that One and Two are both sane. Seven believes that Five is mad. As for the Knave of Hearts, he believes that Six and Seven are not both mad.

"And now," continued the Duchess, "would you care to figure out whether the Knave is mad or sane, or would you prefer a more confusing puzzle?"

"Oh, no," replied poor Alice, "this one is *quite* confusing enough, thank you!"

Is the Knave of Hearts mad or sane?

ALICE IN PUZZLE-LAND

"As to *confusing* puzzles," replied the Duchess, "these are nothing compared to some I *could* tell you if I chose!"

"Oh, you needn't choose!" said Alice as politely as she could.

"For example, there's the Knave of Hearts," the Duchess went on, "he keeps company with the Spade-Gardeners, One, Two, Three, Four, Five, Six, and Seven. I believe you've met Two, Five, and Seven?"

"Oh, yes," remembered Alice, "they were having a terrible time trying to paint the white roses red, because they had by mistake planted a white rose tree in the garden instead of a red rose tree as the Queen had ordered."

"Well," said the Duchess, "Three believes that One is mad. Four believes that Three and Two are not both mad. Five believes that One and Four are either both mad or both sane. Six believes that One and Two are both sane. Seven believes that Five is mad. As for the Knave of Hearts, he believes that Six and Seven are not both mad.

"And now," continued the Duchess, "would you care to figure out whether the Knave is mad or sane, or would you prefer a more confusing puzzle?"

"Oh, no," replied poor Alice, "this one is *quite* confusing enough, thank you!"

Is the Knave of Hearts mad or sane?

Traduzione in Formule:

$$3 \leftrightarrow \neg 1$$

ALICE IN PUZZLE-LAND

"As to *confusing* puzzles," replied the Duchess, "these are nothing compared to some I *could* tell you if I chose!"

"Oh, you needn't choose!" said Alice as politely as she could.

"For example, there's the Knave of Hearts," the Duchess went on, "he keeps company with the Spade-Gardeners, One, Two, Three, Four, Five, Six, and Seven. I believe you've met Two, Five, and Seven?"

"Oh, yes," remembered Alice, "they were having a terrible time trying to paint the white roses red, because they had by mistake planted a white rose tree in the garden instead of a red rose tree as the Queen had ordered."

"Well," said the Duchess, "Three believes that One is mad. Four believes that Three and Two are not both mad. Five believes that One and Four are either both mad or both sane. Six believes that One and Two are both sane. Seven believes that Five is mad. As for the Knave of Hearts, he believes that Six and Seven are not both mad."

"And now," continued the Duchess, "would you care to figure out whether the Knave is mad or sane, or would you prefer a more confusing puzzle?"

"Oh, no," replied poor Alice, "this one is *quite* confusing enough, thank you!"

Is the Knave of Hearts mad or sane?

Traduzione in Formule:

$$3 \leftrightarrow \neg 1$$

$$4 \leftrightarrow \neg(\neg 3 \wedge \neg 2)$$

ALICE IN PUZZLE-LAND

"As to *confusing* puzzles," replied the Duchess, "these are nothing compared to some I *could* tell you if I chose!"

"Oh, you needn't choose!" said Alice as politely as she could.

"For example, there's the Knave of Hearts," the Duchess went on, "he keeps company with the Spade-Gardeners, One, Two, Three, Four, Five, Six, and Seven. I believe you've met Two, Five, and Seven?"

"Oh, yes," remembered Alice, "they were having a terrible time trying to paint the white roses red, because they had by mistake planted a white rose tree in the garden instead of a red rose tree as the Queen had ordered."

"Well," said the Duchess, "Three believes that One is mad. Four believes that Three and Two are not both mad. Five believes that One and Four are either both mad or both sane. Six believes that One and Two are both sane. Seven believes that Five is mad. As for the Knave of Hearts, he believes that Six and Seven are not both mad.

"And now," continued the Duchess, "would you care to figure out whether the Knave is mad or sane, or would you prefer a more confusing puzzle?"

"Oh, no," replied poor Alice, "this one is *quite* confusing enough, thank you!"

Is the Knave of Hearts mad or sane?

Traduzione in Formule:

$$3 \leftrightarrow \neg 1$$

$$4 \leftrightarrow \neg(\neg 3 \wedge \neg 2)$$

$$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$$

ALICE IN PUZZLE-LAND

"As to *confusing* puzzles," replied the Duchess, "these are nothing compared to some I *could* tell you if I chose!"

"Oh, you needn't choose!" said Alice as politely as she could.

"For example, there's the Knave of Hearts," the Duchess went on, "he keeps company with the Spade-Gardeners, One, Two, Three, Four, Five, Six, and Seven. I believe you've met Two, Five, and Seven?"

"Oh, yes," remembered Alice, "they were having a terrible time trying to paint the white roses red, because they had by mistake planted a white rose tree in the garden instead of a red rose tree as the Queen had ordered."

"Well," said the Duchess, "Three believes that One is mad. Four believes that Three and Two are not both mad. Five believes that One and Four are either both mad or both sane. Six believes that One and Two are both sane. Seven believes that Five is mad. As for the Knave of Hearts, he believes that Six and Seven are not both mad.

"And now," continued the Duchess, "would you care to figure out whether the Knave is mad or sane, or would you prefer a more confusing puzzle?"

"Oh, no," replied poor Alice, "this one is *quite* confusing enough, thank you!"

Is the Knave of Hearts mad or sane?

Traduzione in Formule:

$$3 \leftrightarrow \neg 1$$

$$4 \leftrightarrow \neg(\neg 3 \wedge \neg 2)$$

$$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$$

$$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$$

ALICE IN PUZZLE-LAND

"As to *confusing* puzzles," replied the Duchess, "these are nothing compared to some I *could* tell you if I chose!"

"Oh, you needn't choose!" said Alice as politely as she could.

"For example, there's the Knave of Hearts," the Duchess went on, "he keeps company with the Spade-Gardeners, One, Two, Three, Four, Five, Six, and Seven. I believe you've met Two, Five, and Seven?"

"Oh, yes," remembered Alice, "they were having a terrible time trying to paint the white roses red, because they had by mistake planted a white rose tree in the garden instead of a red rose tree as the Queen had ordered."

"Well," said the Duchess, "Three believes that One is mad. Four believes that Three and Two are not both mad. Five believes that One and Four are either both mad or both sane. Six believes that One and Two are both sane. Seven believes that Five is mad. As for the Knave of Hearts, he believes that Six and Seven are not both mad.

"And now," continued the Duchess, "would you care to figure out whether the Knave is mad or sane, or would you prefer a more confusing puzzle?"

"Oh, no," replied poor Alice, "this one is *quite* confusing enough, thank you!"

Is the Knave of Hearts mad or sane?

Traduzione in Formule:

$$3 \leftrightarrow \neg 1$$

$$4 \leftrightarrow \neg(\neg 3 \wedge \neg 2)$$

$$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$$

$$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$$

$$7 \leftrightarrow \neg 5$$

ALICE IN PUZZLE-LAND

"As to *confusing* puzzles," replied the Duchess, "these are nothing compared to some I *could* tell you if I chose!"

"Oh, you needn't choose!" said Alice as politely as she could.

"For example, there's the Knave of Hearts," the Duchess went on, "he keeps company with the Spade-Gardeners, One, Two, Three, Four, Five, Six, and Seven. I believe you've met Two, Five, and Seven?"

"Oh, yes," remembered Alice, "they were having a terrible time trying to paint the white roses red, because they had by mistake planted a white rose tree in the garden instead of a red rose tree as the Queen had ordered."

"Well," said the Duchess, "Three believes that One is mad. Four believes that Three and Two are not both mad. Five believes that One and Four are either both mad or both sane. Six believes that One and Two are both sane. Seven believes that Five is mad. As for the Knave of Hearts, he believes that Six and Seven are not both mad.

"And now," continued the Duchess, "would you care to figure out whether the Knave is mad or sane, or would you prefer a more confusing puzzle?"

"Oh, no," replied poor Alice, "this one is *quite* confusing enough, thank you!"

Is the Knave of Hearts mad or sane?

Traduzione in Formule:

$$3 \leftrightarrow \neg 1$$

$$4 \leftrightarrow \neg(\neg 3 \wedge \neg 2)$$

$$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$$

$$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$$

$$7 \leftrightarrow \neg 5$$

$$F \leftrightarrow \neg(\neg 6 \wedge \neg 7)$$

Traduzione in Formule:

$$3 \leftrightarrow \neg 1$$

$$4 \leftrightarrow \neg(\neg 3 \wedge \neg 2)$$

$$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$$

$$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$$

$$7 \leftrightarrow \neg 5$$

$$F \leftrightarrow \neg(\neg 6 \wedge \neg 7)$$

Traduzione in Formule:

$3 \leftrightarrow \neg 1$

$\boxed{4 \leftrightarrow (3 \vee 2)}$

$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$

$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$

$7 \leftrightarrow \neg 5$

$\boxed{F \leftrightarrow (6 \vee 7)}$

Traduzione in Formule:

$3 \leftrightarrow \neg 1$

$\boxed{4 \leftrightarrow (3 \vee 2)}$

$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$

$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$

$7 \leftrightarrow \neg 5$

$\boxed{F \leftrightarrow (6 \vee 7)}$

Soluzione:

$F \leftrightarrow (6 \vee 7)$

Traduzione in Formule:

$3 \leftrightarrow \neg 1$

$4 \leftrightarrow (3 \vee 2)$

$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$

$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$

$7 \leftrightarrow \neg 5$

$F \leftrightarrow (6 \vee 7)$

Soluzione:

$F \leftrightarrow (6 \vee 7)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg 5)$

Traduzione in Formule:

$3 \leftrightarrow \neg 1$

$\boxed{4 \leftrightarrow (3 \vee 2)}$

$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$

$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$

$7 \leftrightarrow \neg 5$

$\boxed{F \leftrightarrow (6 \vee 7)}$

Soluzione:

$F \leftrightarrow (6 \vee 7)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg 5)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg(1 \leftrightarrow 4))$

Traduzione in Formule:

$3 \leftrightarrow \neg 1$

$\boxed{4 \leftrightarrow (3 \vee 2)}$

$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$

$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$

$7 \leftrightarrow \neg 5$

$\boxed{F \leftrightarrow (6 \vee 7)}$

Soluzione:

$F \leftrightarrow (6 \vee 7)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg 5)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg(1 \leftrightarrow 4))$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee (\neg 1 \leftrightarrow 4))$

Traduzione in Formule:

$3 \leftrightarrow \neg 1$

$4 \leftrightarrow (3 \vee 2)$

$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$

$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$

$7 \leftrightarrow \neg 5$

$F \leftrightarrow (6 \vee 7)$

Soluzione:

$F \leftrightarrow (6 \vee 7)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg 5)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg(1 \leftrightarrow 4))$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee (\neg 1 \leftrightarrow 4))$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee (\neg 1 \leftrightarrow (3 \vee 2)))$

Traduzione in Formule:

$3 \leftrightarrow \neg 1$

$\boxed{4 \leftrightarrow (3 \vee 2)}$

$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$

$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$

$7 \leftrightarrow \neg 5$

$\boxed{F \leftrightarrow (6 \vee 7)}$

Soluzione:

$F \leftrightarrow (6 \vee 7)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg 5)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg(1 \leftrightarrow 4))$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee (\neg 1 \leftrightarrow 4))$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee (\neg 1 \leftrightarrow (3 \vee 2)))$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee (\neg 1 \leftrightarrow (\neg 1 \vee 2)))$

Sembrerebbe dunque che la sanità mentale di F dipende da quelle di 1 e 2 ma non è cosi':
l'ultima formula che abbiamo scritto è una tautologia e quindi il Fante è savio!

Traduzione in Formule:

$3 \leftrightarrow \neg 1$

$\boxed{4 \leftrightarrow (3 \vee 2)}$

$5 \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 4)$

$6 \leftrightarrow (1 \wedge 2)$

$7 \leftrightarrow \neg 5$

$\boxed{F \leftrightarrow (6 \vee 7)}$

Soluzione:

$F \leftrightarrow (6 \vee 7)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg 5)$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee \neg(1 \leftrightarrow 4))$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee (\neg 1 \leftrightarrow 4))$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee (\neg 1 \leftrightarrow (3 \vee 2)))$

$F \leftrightarrow ((1 \wedge 2) \vee (\neg 1 \leftrightarrow (\neg 1 \vee 2)))$

Sembrerebbe dunque che la sanità mentale di F dipende da quelle di 1 e 2 ma non è cosi':

l'ultima formula che abbiamo scritto è una tautologia e quindi il Fante è savio!

1	2	$(1 \wedge 2) \vee (\neg 1 \leftrightarrow (\neg 1 \vee 2))$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

18 – Chi ha rubato la teglia?

♔ 9

Sesto racconto. «Ecco qui dell'altro sale, così puoi farmi le torte,» disse il Re.

«Non posso.» disse la Regina «Qualcuno ha rubato la mia teglia.»

«La teglia!» urlò il Re «Bene, naturalmente *la* rivogliamo indietro!»

Questa volta la ricerca fu ristretta al Domestico-Rana, al Domestico-Pesce e al Fante di Cuori; che al processo fecero le seguenti affermazioni:

Domestico-Rana: «La teglia è stata rubata dal Domestico-Pesce.»

Domestico-Pesce: «Vostra Maestà, non l'ho mai rubata!»

Fante di Cuori: «L'ho rubata io!»

«Sei di grande aiuto!» gridò il Re al Fante di Cuori «Solitamente dalla tua bocca escono solo bugie!»

Bene, almeno uno di loro mentiva.

Chi aveva rubato la teglia?

18 – Chi ha rubato la teglia?

♚ 9

SESTO RACCONTO. «Ecco qui dell'altro sale, così puoi farmi le torte,» disse il Re.

«Non posso.» disse la Regina «Qualcuno ha rubato la mia teglia.»

«La teglia!» urlò il Re «Bene, naturalmente *la* rivogliamo indietro!»

Questa volta la ricerca fu ristretta al Domestico-Rana, al Domestico-Pesce e al Fante di Cuori; che al processo fecero le seguenti affermazioni:

DOMESTICO-RANA: «La teglia è stata rubata dal Domestico-Pesce.»

DOMESTICO-PESCE: «Vostra Maestà, non l'ho mai rubata!»

FANTE DI CUORI: «L'ho rubata io!»

«Sei di grande aiuto!» gridò il Re al Fante di Cuori «Solitamente dalla tua bocca escono solo bugie!»

Bene, almeno uno di loro mentiva.

Chi aveva rubato la teglia?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

18 – Chi ha rubato la teglia?

♚ 9

SESTO RACCONTO. «Ecco qui dell'altro sale, così puoi farmi le torte,» disse il Re.

«Non posso.» disse la Regina «Qualcuno ha rubato la mia teglia.»

«La teglia!» urlò il Re «Bene, naturalmente *la* rivogliamo indietro!»

Questa volta la ricerca fu ristretta al Domestico-Rana, al Domestico-Pesce e al Fante di Cuori; che al processo fecero le seguenti affermazioni:

DOMESTICO-RANA: «La teglia è stata rubata dal Domestico-Pesce.»

DOMESTICO-PESCE: «Vostra Maestà, non l'ho mai rubata!»

FANTE DI CUORI: «L'ho rubata io!»

«Sei di grande aiuto!» gridò il Re al Fante di Cuori «Solitamente dalla tua bocca escono solo bugie!»

Bene, almeno uno di loro mentiva.

Chi aveva rubato la teglia?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $R \leftrightarrow p$

18 – Chi ha rubato la teglia?

9

SESTO RACCONTO. «Ecco qui dell'altro sale, così puoi farmi le torte,» disse il Re.

«Non posso.» disse la Regina «Qualcuno ha rubato la mia teglia.»

«La teglia!» urlò il Re «Bene, naturalmente *la* rivogliamo indietro!»

Questa volta la ricerca fu ristretta al Domestico-Rana, al Domestico-Pesce e al Fante di Cuori; che al processo fecero le seguenti affermazioni:

DOMESTICO-RANA: «La teglia è stata rubata dal Domestico-Pesce.»

DOMESTICO-PESCE: «Vostra Maestà, non l'ho mai rubata!»

FANTE DI CUORI: «L'ho rubata io!»

«Sei di grande aiuto!» gridò il Re al Fante di Cuori «Solitamente dalla tua bocca escono solo bugie!»

Bene, almeno uno di loro mentiva.

Chi aveva rubato la teglia?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $R \leftrightarrow p$

b) $P \leftrightarrow \neg p$

18 – Chi ha rubato la teglia?

♔ 9

SESTO RACCONTO. «Ecco qui dell'altro sale, così puoi farmi le torte,» disse il Re.

«Non posso.» disse la Regina «Qualcuno ha rubato la mia teglia.»

«La teglia!» urlò il Re «Bene, naturalmente *la* rivogliamo indietro!»

Questa volta la ricerca fu ristretta al Domestico-Rana, al Domestico-Pesce e al Fante di Cuori; che al processo fecero le seguenti affermazioni:

DOMESTICO-RANA: «La teglia è stata rubata dal Domestico-Pesce.»

DOMESTICO-PESCE: «Vostra Maestà, non l'ho mai rubata!»

FANTE DI CUORI: «L'ho rubata io!»

«Sei di grande aiuto!» gridò il Re al Fante di Cuori «Solitamente dalla tua bocca escono solo bugie!»

Bene, almeno uno di loro mentiva.

Chi aveva rubato la teglia?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $R \leftrightarrow p$

b) $P \leftrightarrow \neg p$

c) $F \leftrightarrow f$

18 – Chi ha rubato la teglia?

♚ 9

Sesto racconto. «Ecco qui dell'altro sale, così puoi farmi le torte,» disse il Re.

«Non posso.» disse la Regina «Qualcuno ha rubato la mia teglia.»

«La teglia!» urlò il Re «Bene, naturalmente *la* rivogliamo indietro!»

Questa volta la ricerca fu ristretta al Domestico-Rana, al Domestico-Pesce e al Fante di Cuori; che al processo fecero le seguenti affermazioni:

Domestico-Rana: «La teglia è stata rubata dal Domestico-Pesce.»

Domestico-Pesce: «Vostra Maestà, non l'ho mai rubata!»

Fante di Cuori: «L'ho rubata io!»

«Sei di grande aiuto!» gridò il Re al Fante di Cuori «Solitamente dalla tua bocca escono solo bugie!»

Bene, almeno uno di loro mentiva.

Chi aveva rubato la teglia?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $R \leftrightarrow p$

b) $P \leftrightarrow \neg p$

c) $F \leftrightarrow f$

d) $(R \wedge P) \vee (P \wedge F) \vee (F \wedge R)$

18 – Chi ha rubato la teglia?

9

SESTO RACCONTO. «Ecco qui dell'altro sale, così puoi farmi le torte,» disse il Re.

«Non posso.» disse la Regina «Qualcuno ha rubato la mia teglia.»

«La teglia!» urlò il Re «Bene, naturalmente *la* rivogliamo indietro!»

Questa volta la ricerca fu ristretta al Domestico-Rana, al Domestico-Pesce e al Fante di Cuori; che al processo fecero le seguenti affermazioni:

DOMESTICO-RANA: «La teglia è stata rubata dal Domestico-Pesce.»

DOMESTICO-PESCE: «Vostra Maestà, non l'ho mai rubata!»

FANTE DI CUORI: «L'ho rubata io!»

«Sei di grande aiuto!» gridò il Re al Fante di Cuori «Solitamente dalla tua bocca escono solo bugie!»

Bene, almeno uno di loro mentiva.

Chi aveva rubato la teglia?

Traduzione in Formule:

X = “X dice la verità”, x = “X ha rubato la teglia”

a) $R \leftrightarrow p$

b) $P \leftrightarrow \neg p$

c) $F \leftrightarrow f$

d) $(R \wedge P) \vee (P \wedge F) \vee (F \wedge R)$

Soluzione:

Da (a) e (b) si vede che $R \leftrightarrow \neg P$,

18 – Chi ha rubato la teglia?


9

SESTO RACCONTO. «Ecco qui dell'altro sale, così puoi farmi le torte,» disse il Re.

«Non posso.» disse la Regina «Qualcuno ha rubato la mia teglia.»

«La teglia!» urlò il Re «Bene, naturalmente *la* rivogliamo indietro!»

Questa volta la ricerca fu ristretta al Domestico-Rana, al Domestico-Pesce e al Fante di Cuori; che al processo fecero le seguenti affermazioni:

DOMESTICO-RANA: «La teglia è stata rubata dal Domestico-Pesce.»

DOMESTICO-PESCE: «Vostra Maestà, non l'ho mai rubata!»

FANTE DI CUORI: «L'ho rubata io!»

«Sei di grande aiuto!» gridò il Re al Fante di Cuori «Solitamente dalla tua bocca escono solo bugie!»

Bene, almeno uno di loro mentiva.

Chi aveva rubato la teglia?

Traduzione in Formule:

X = “X dice la verità”, x = “X ha rubato la teglia”

a) $R \leftrightarrow p$

b) $P \leftrightarrow \neg p$

c) $F \leftrightarrow f$

d) $(R \wedge P) \vee (P \wedge F) \vee (F \wedge R)$

Soluzione:

Da (a) e (b) si vede che $R \leftrightarrow \neg P$,

cioè o R o P è falsa, e quindi,

18 – Chi ha rubato la teglia?

9

Sesto racconto. «Ecco qui dell'altro sale, così puoi farmi le torte,» disse il Re.

«Non posso.» disse la Regina «Qualcuno ha rubato la mia teglia.»

«La teglia!» urlò il Re «Bene, naturalmente *la* rivogliamo indietro!»

Questa volta la ricerca fu ristretta al Domestico-Rana, al Domestico-Pesce e al Fante di Cuori; che al processo fecero le seguenti affermazioni:

Domestico-Rana: «La teglia è stata rubata dal Domestico-Pesce.»

Domestico-Pesce: «Vostra Maestà, non l'ho mai rubata!»

Fante di Cuori: «L'ho rubata io!»

«Sei di grande aiuto!» gridò il Re al Fante di Cuori «Solitamente dalla tua bocca escono solo bugie!»

Bene, almeno uno di loro mentiva.

Chi aveva rubato la teglia?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $R \leftrightarrow p$

b) $P \leftrightarrow \neg p$

c) $F \leftrightarrow f$

d) $(R \wedge P) \vee (P \wedge F) \vee (F \wedge R)$

Soluzione:

Da (a) e (b) si vede che $R \leftrightarrow \neg P$,

cioè o R o P è falsa, e quindi,

per (d), F non puó che essere vera.

18 – Chi ha rubato la teglia?

♚ 9

SESTO RACCONTO. «Ecco qui dell'altro sale, così puoi farmi le torte,» disse il Re.

«Non posso.» disse la Regina «Qualcuno ha rubato la mia teglia.»

«La teglia!» urlò il Re «Bene, naturalmente *la* rivogliamo indietro!»

Questa volta la ricerca fu ristretta al Domestico-Rana, al Domestico-Pesce e al Fante di Cuori; che al processo fecero le seguenti affermazioni:

DOMESTICO-RANA: «La teglia è stata rubata dal Domestico-Pesce.»

DOMESTICO-PESCE: «Vostra Maestà, non l'ho mai rubata!»

FANTE DI CUORI: «L'ho rubata io!»

«Sei di grande aiuto!» gridò il Re al Fante di Cuori «Solitamente dalla tua bocca escono solo bugie!»

Bene, almeno uno di loro mentiva.

Chi aveva rubato la teglia?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $R \leftrightarrow p$

b) $P \leftrightarrow \neg p$

c) $F \leftrightarrow f$

d) $(R \wedge P) \vee (P \wedge F) \vee (F \wedge R)$

Soluzione:

Da (a) e (b) si vede che $R \leftrightarrow \neg P$,

cioè o R o P è falsa, e quindi,

per (d), F non puó che essere vera.

Il Fante è dunque il ladro ed ha detto la verità assieme al Domestico-Pesce, mentre il Domestico-Rana ha mentito.

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.
«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.
«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.
«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.
«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.
«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.
«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.
«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.
«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.
«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.
Ci fu un silenzio di tomba.
«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»
«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»
Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.
Chi aveva rubato le torte?

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.
«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.
«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.
«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.
«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.
«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.
«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.
«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.
«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.
«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.
Ci fu un silenzio di tomba.
«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»
«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»
Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.
Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

19 – Chi ha rubato le torte?

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.

«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.

«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.

«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.

«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.

«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.

«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.

«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.

«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.

«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.

Ci fu un silenzio di tomba.

«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»

«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»

Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.

Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $gri \veebar tar$

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? **19**

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.

«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.

«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.

«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.

«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.

«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.

«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.

«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.

«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.

«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.

Ci fu un silenzio di tomba.

«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»

«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»

Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.

Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.
«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.
«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.
«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.
«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.
«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.
«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.
«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.
«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.
«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.
Ci fu un silenzio di tomba.
«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»
«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»
Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.
Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.
«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.
«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.
«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.
«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.
«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.
«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.
«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.
«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.
«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.
Ci fu un silenzio di tomba.
«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»
«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»
Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.
Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.
«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.
«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.
«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.
«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.
«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.
«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.
«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.
«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.
«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.
Ci fu un silenzio di tomba.
«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»
«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»
Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.
Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = “X dice la verità”, x = “X ha rubato la teglia”

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.
«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.
«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.
«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.
«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.
«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.
«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.
«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.
«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.
«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.
Ci fu un silenzio di tomba.
«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»
«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»
Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.
Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.
«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.
«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.
«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.
«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.
«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.
«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.
«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.
«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.
«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.
Ci fu un silenzio di tomba.
«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»
«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»
Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.
Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

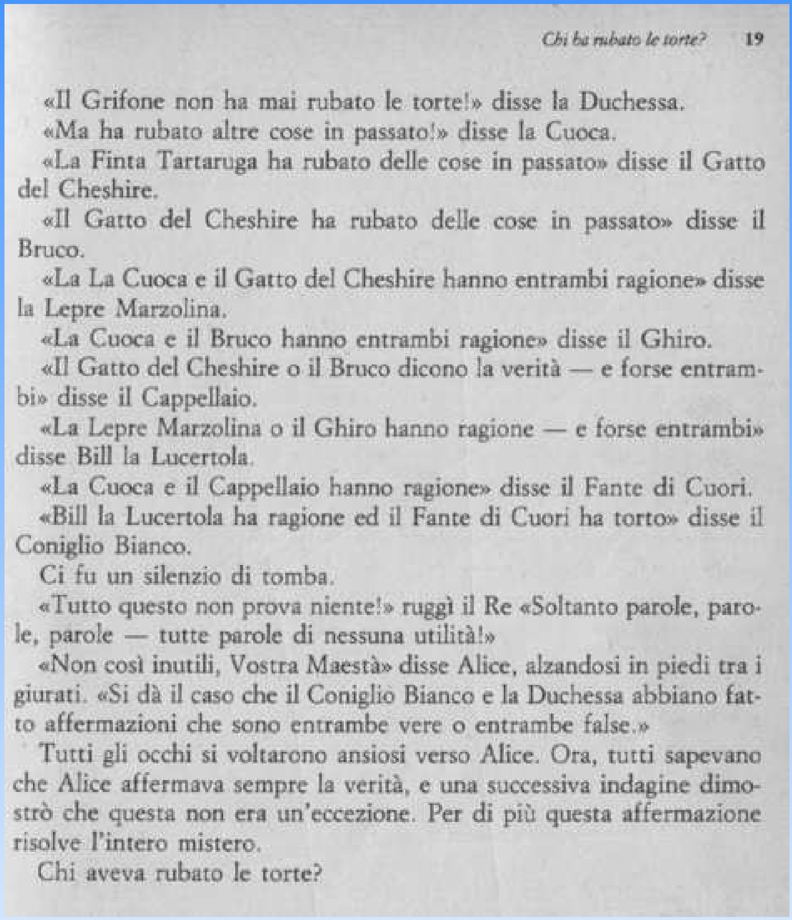
«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.
«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.
«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.
«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.
«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.
«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.
«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.
«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.
«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.
«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.
Ci fu un silenzio di tomba.
«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»
«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»
Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.
Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $gri \veebar tar$
b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$
c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$
d) $Gat \leftrightarrow \beta$
e) $Bru \leftrightarrow \gamma$
f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$
g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$
h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

19 – Chi ha rubato le torte?



Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.

«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.

«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.

«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.

«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.

«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.

«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.

«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.

«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.

«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.

Ci fu un silenzio di tomba.

«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»

«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»

Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.

Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.

«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.

«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.

«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.

«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.

«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.

«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.

«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.

«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.

«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.

Ci fu un silenzio di tomba.

«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»

«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»

Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.

Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.
«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.
«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.
«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.
«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.
«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.
«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.
«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.
«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.
«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.
Ci fu un silenzio di tomba.
«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»
«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»
Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.
Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = “X dice la verità”, x = “X ha rubato la teglia”

a) $gri \veebar tar$
b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$
c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$
d) $Gat \leftrightarrow \beta$
e) $Bru \leftrightarrow \gamma$
f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$
g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$
h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$
i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$
l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$
m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

19 – Chi ha rubato le torte?

Chi ha rubato le torte? 19

«Il Grifone non ha mai rubato le torte!» disse la Duchessa.
«Ma ha rubato altre cose in passato!» disse la Cuoca.
«La Finta Tartaruga ha rubato delle cose in passato» disse il Gatto del Cheshire.
«Il Gatto del Cheshire ha rubato delle cose in passato» disse il Bruco.
«La La Cuoca e il Gatto del Cheshire hanno entrambi ragione» disse la Lepre Marzolina.
«La Cuoca e il Bruco hanno entrambi ragione» disse il Ghiro.
«Il Gatto del Cheshire o il Bruco dicono la verità — e forse entrambi» disse il Cappellaio.
«La Lepre Marzolina o il Ghiro hanno ragione — e forse entrambi» disse Bill la Lucertola.
«La Cuoca e il Cappellaio hanno ragione» disse il Fante di Cuori.
«Bill la Lucertola ha ragione ed il Fante di Cuori ha torto» disse il Coniglio Bianco.
Ci fu un silenzio di tomba.
«Tutto questo non prova niente!» ruggì il Re «Soltanto parole, parole, parole — tutte parole di nessuna utilità!»
«Non così inutili, Vostra Maestà» disse Alice, alzandosi in piedi tra i giurati. «Si dà il caso che il Coniglio Bianco e la Duchessa abbiano fatto affermazioni che sono entrambe vere o entrambe false.»
Tutti gli occhi si voltarono ansiosi verso Alice. Ora, tutti sapevano che Alice affermava sempre la verità, e una successiva indagine dimostrò che questa non era un'eccezione. Per di più questa affermazione risolve l'intero mistero.
Chi aveva rubato le torte?

Traduzione in Formule:

X = "X dice la verità", x = "X ha rubato la teglia"

a) $gri \veebar tar$
b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$
c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$
d) $Gat \leftrightarrow \beta$
e) $Bru \leftrightarrow \gamma$
f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$
g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$
h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$
i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$
l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$
m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$
n) $Con \leftrightarrow Duc$

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

e, a cascata,

$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

e, a cascata,

$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$

$Duc \leftrightarrow (((Cuo \wedge Gat) \vee (Cuo \wedge Bru)) \wedge \neg(Cuo \wedge (Gat \vee Bru)))$

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$$

e, a cascata,

$$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$$

$$Duc \leftrightarrow (((Cuo \wedge Gat) \vee (Cuo \wedge Bru)) \wedge \neg(Cuo \wedge (Gat \vee Bru)))$$

$$Duc \leftrightarrow \{[(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$$

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

e, a cascata,

$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$

$Duc \leftrightarrow (((Cuo \wedge Gat) \vee (Cuo \wedge Bru)) \wedge \neg(Cuo \wedge (Gat \vee Bru)))$

$Duc \leftrightarrow \{[(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$

Per la proprietà distributiva $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$

equivale a $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$ e quindi

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$$

e, a cascata,

$$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$$

$$Duc \leftrightarrow (((Cuo \wedge Gat) \vee (Cuo \wedge Bru)) \wedge \neg(Cuo \wedge (Gat \vee Bru)))$$

$$Duc \leftrightarrow \{[(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$$

Per la proprietà distributiva $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$ equivale a $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$ e quindi

$$Duc \leftrightarrow \{[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$$

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

e, a cascata,

$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$

$Duc \leftrightarrow (((Cuo \wedge Gat) \vee (Cuo \wedge Bru)) \wedge \neg(Cuo \wedge (Gat \vee Bru)))$

$Duc \leftrightarrow \{[(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$

Per la proprietà distributiva $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$

equivale a $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$ e quindi

$Duc \leftrightarrow \{[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$

La Duchessa dunque sostiene una cosa e il suo contrario

e quindi mente, per cui il Grifone dev’essere colpevole!

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$$

e, a cascata,

$$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$$

$$Duc \leftrightarrow (((Cuo \wedge Gat) \vee (Cuo \wedge Bru)) \wedge \neg(Cuo \wedge (Gat \vee Bru)))$$

$$Duc \leftrightarrow \{[(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$$

Per la proprietà distributiva $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$

equivale a $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$ e quindi

$$Duc \leftrightarrow \{[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$$

La Duchessa dunque sostiene una cosa e il suo contrario

e quindi mente, per cui il Grifone dev'essere colpevole!

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

e, a cascata,

$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$

$Duc \leftrightarrow (((Cuo \wedge Gat) \vee (Cuo \wedge Bru)) \wedge \neg(Cuo \wedge (Gat \vee Bru)))$

$Duc \leftrightarrow \{[(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$

Per la proprietà distributiva $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$

equivale a $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$ e quindi

$Duc \leftrightarrow \{[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$

La Duchessa dunque sostiene una cosa e il suo contrario

e quindi mente, per cui il Grifone dev'essere colpevole!

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$$

e, a cascata,

$$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$$

$$Duc \leftrightarrow (((Cuo \wedge Gat) \vee (Cuo \wedge Bru)) \wedge \neg(Cuo \wedge (Gat \vee Bru)))$$

$$Duc \leftrightarrow \{[(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$$

Per la proprietà distributiva $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$

equivale a $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$ e quindi

$$Duc \leftrightarrow \{[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$$

La Duchessa dunque sostiene una cosa e il suo contrario

e quindi mente, per cui il Grifone dev'essere colpevole!

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$$

e, a cascata,

$$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$$

$$Duc \leftrightarrow (((Cuo \wedge Gat) \vee (Cuo \wedge Bru)) \wedge \neg(Cuo \wedge (Gat \vee Bru)))$$

$$Duc \leftrightarrow \{[(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$$

Per la proprietà distributiva $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$

equivale a $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$ e quindi

$$Duc \leftrightarrow \{[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$$

La Duchessa dunque sostiene una cosa e il suo contrario

e quindi mente, per cui il Grifone dev'essere colpevole!

Traduzione in Formule:

a) $gri \veebar tar$

b) $Duc \leftrightarrow \neg gri$

c) $Cuo \leftrightarrow \alpha$

d) $Gat \leftrightarrow \beta$

e) $Bru \leftrightarrow \gamma$

f) $Lep \leftrightarrow (Cuo \wedge Gat)$

g) $Ghi \leftrightarrow (Cuo \wedge Bru)$

h) $Cap \leftrightarrow (Gat \vee Bru)$

i) $Luc \leftrightarrow (Lep \vee Ghi)$

l) $Fan \leftrightarrow (Cuo \wedge Cap)$

m) $Con \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

n) $Con \leftrightarrow Duc$

Soluzione:

Per scoprire se il Grifone è o meno innocente

basta scoprire se la Duchessa mente o no (b)

Da (m) e (n) deduciamo che

$Duc \leftrightarrow (Luc \wedge \neg Fan)$

e, a cascata,

$Duc \leftrightarrow ((Lep \vee Ghi) \wedge \neg(Cuo \wedge Cap))$

$Duc \leftrightarrow (((Cuo \wedge Gat) \vee (Cuo \wedge Bru)) \wedge \neg(Cuo \wedge (Gat \vee Bru)))$

$Duc \leftrightarrow \{[(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$

Per la proprietà distributiva $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$

equivale a $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$ e quindi

$Duc \leftrightarrow \{[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)] \wedge \neg[\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)]\}$

La Duchessa dunque sostiene una cosa e il suo contrario

e quindi mente, per cui il Grifone dev'essere colpevole!

20 – Letture consigliate:

Bencivenga: Il mio primo libro di Logica

Lewis Carrol: Alice nel paese delle meraviglie

Douglas Hofstadter: Godel, Escher, Bach. Un'eterna ghirlanda brillante. Una fuga metaforica su menti e macchine nello spirito di Lewis Carroll

Raymond Smullyan: Lenigma di Dracula e altri indovinelli logici

Raymond Smullyan: Alice nel paese degli indovinelli

Raymond Smullyan: DONNA O TIGRE?...e altri indovinelli logici, compreso un racconto matematico sul teorema di Gdel

Raymond Smullyan: Qual il titolo di questo libro? L'enigma di Dracula e altri indovinelli logici

Martin Gardner: Show di magia matematica