

Piccolo prologo alla dispensa 2, ovvero funzione potenziale e energia potenziale

Lavoro e lavoro unitario

Prendiamo il caso gravitazionale. Il lavoro è dato sempre da

$$L = \vec{F} * \vec{S}$$

cioè dal prodotto scalare forza per spostamento. Le sue dimensioni sono quelle di una energia:

$$[F] = [FS] = [mlt^{-2}l] = [ml^2t^{-2}]$$

Infatti avevamo visto l'anno scorso che il lavoro può essere interpretato come il termine di trasferimento da una forma di energia ad un'altra forma di energia, quindi deve avere le dimensioni di una energia.

Controlliamo (ma il risultato è scontato in partenza) che il lavoro fatto dalla forza di gravità abbia le dimensioni di una energia:

$$[L] = [mgh] = [mlt^{-2}l] = [ml^2t^{-2}]$$

Ovvio.

Ma l'idea che viene adesso è questa: l'energia potenziale dipende sia dalla massa che considero sia dall'altezza a cui metto la massa:

$$W = mgh = f(m, h)$$

Può essere scomodo da questo punto di vista. Inoltre, come per il campo elettrico, il campo gravitazionale può essere visto (deve essere visto) come una perturbazione dello spazio che si propaga con la velocità della luce e non può essere istantaneo.

Conviene allora definire il lavoro unitario:

$$L_u = \frac{L}{m}$$

Allora da qui possiamo ricavare che:

$$L = mL_u$$

e che

$$L_u = gh$$

Allora o uso la forza gravitazionale oppure uso per il calcolo il campo gravitazionale. In un caso ottengo il lavoro e quindi l'energia potenziale gravitazionale, nel secondo caso ottengo il lavoro unitario e quindi la funzione potenziale gravitazionale:

$$\begin{array}{l} F=mg \\ L=mgh \\ W=mgh \end{array}$$

$$\begin{array}{l} g \\ L_u=gh \\ V=gh \end{array}$$

Abbiamo così definito la funzione potenziale gravitazionale che è funzione solo della altezza h che considero:

$$V = gh = f(h)$$

E ovviamente:

$$W = mV = f(m, h)$$

La funzione potenziale non ha le dimensioni di una energia, ma le dimensioni di una energia diviso una massa, è una energia potenziale gravitazionale unitaria, cioè può essere pensata come l'energia potenziale che ha una unità di massa. Sono tutti modi equivalenti per dire la stessa cosa.

Quello che occorre ricordare è che il lavoro porta alla energia potenziale gravitazionale e il lavoro unitario porta alla funzione potenziale gravitazionale.

Perché è comodo parlare di funzione potenziale? Per lo stesso motivo per cui si parla in preferenza di campo gravitazionale e non di forza gravitazionale.

Una massa m crea un campo gravitazionale \vec{g} che si propaga nello spazio a velocità della luce (non istantaneamente!). Associato al campo gravitazionale posso pensare il potenziale gravitazionale, che è una funzione della sola distanza dalla massa che l'ha generata e che si propaga nello spazio alla velocità della luce (non istantaneamente!).

Sono due modi di vedere e di descrivere quello che succede assolutamente equivalenti. In ogni momento si può passare da un modo all'altro. Quando si preferisce usare l'uno l'altro? Si preferisce usare il campo gravitazionale quando devo ragionare in termini di vettori e di forze applicate. Si preferisce utilizzare la funzione potenziale quando si deve ragionare in termini di energia e di trasformazioni di energia.