elettrostatica e teorema di gauss

L'elettrostatica consiste fondamentalmente in questo: data una certa distribuzione di cariche determinare il campo elettrico in ciascun punto dello spazio e viceversa, dato il campo elettrico in ciascun punto dello spazio risalire alla distribuzione di cariche che l'ha generato. Il secondo punto non è possibile trattarlo a questo livello, richiede formalismi superiori ed anche allora è di difficile soluzione. Noi tratteremo solo del primo punto: data una distribuzione di cariche determinate il campo elettrico generato.

Questo punto può essere trattato in due modi, l'elettrostatica può avere due modi di descrizione completi:

Legge di Coulomb:

$$F = k\frac{(q_1 q_2)}{d^2}$$

Campo elettrico:

$$\vec{E} = k\frac{q}{d^2}\vec{i}$$

(ho aggiunto il versore $\vec{i}$ che individua la direzione e il verso del vettore $\vec{E}$)

Allora date n cariche posso ricavarmi il campo elettrico in ogni punto dello spazio sfruttando il fatto che il campo elettrico è additivo (ciascuna carica genera indipendentemente il suo campo elettrico e il campo elettrico totale è la somma dei singoli campi elettrici) e che il campo elettrico di una singola carica è radiale.

Se la distribuzione di carica è continua devo scomporre in tanti elementi infinitesimi di carica calcolare il campo elettrico dovuto alla carica infinitesima e poi fare la somma infinita di tutti i campi elettrici (fare l'integrale).

Cosa vuol dire una distribuzione di cariche continua? Esiste veramente una distribuzione di cariche continua? Le cariche sono di natura discrete (non continue). Siamo noi che percepiamo in certe dimensioni del problema le cariche distribuite in maniera continua. Se noi fossimo abbastanza raffinati vedremmo comunque una distribuzione granulosa delle cariche.

Perché il problema è complicato? Perché l'integrale contiene tanti vettori ciascuno con direzione diversa e risulta complicato farne il calcolo.

Teorema di Gauss:

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Se osservate le applicazioni del teorema di Gauss, queste riguardano tutte distribuzioni continue di cariche. Poi sono applicazioni a situazioni che abbiano particolari simmetrie. Sempre, nell'applicazione del teorema di Gauss, nello sviluppare il primo membro, siamo ricorsi a considerazioni sulla simmetria della distribuzione e sulla simmetria del campo elettrico.

Se non avessimo potuto fare considerazioni sulla simmetria non avremmo potuto calcolare in modo semplice (si fa per dire...) il flusso di E e quindi E.

Possiamo dire questo:

il teorema di Gauss più considerazioni sulla simmetria è una descrizione completa della elettrostatica.

In base alle considerazioni sulla simmetria c'è la scelta della opportuna superficie di Gauss. Perché dico opportuna? perché ovviamente il teorema di Gauss vale qualunque superficie chiusa, quindi la scelta della superficie chiusa utile per il conto è arbitraria e poiché è arbitraria mi scelgo quella che mi consente i conti più semplici.

Poi faccio considerazioni di simmetria anche su come è diretto il campo elettrico e il suo verso e il suo modulo e su come è diretto il versore n della superficie. E quindi in base a queste considerazioni posso sciogliere il prodotto scalare dei due vettori ($\vec{E}\, e\, \vec{n}$)

Se io invece di una distribuzione continua di cariche avessi una distribuzione discreta di cariche? Allora usare il teorema di Gauss è in genere inutile. Si utilizzrà il primo modo di fare, attraverso la definizione di campo elettrico con la legge di Coulomb. Il teorema di Gauss è utile per distribuzioni continue di cariche con una qualche simmetria.

E se io non ho simmetrie?

Mi arrangio. Cioè in genere mi dedico al giardinaggio. Possiamo fare della fisica perché in genere esistono in natura simmetrie di qualche tipo. Forse non ci avete mai pensato ma anche la invarianza di certe grandezze (come l'energia totale di un sistema) rispetto al tempo è una forma di simmetria. Non dovete pensare alla simmetria come a una cosa puramente spaziale (in genere di riflessione).

A suivre...