

**SISTEMI TERMODINAMICI**

**TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE**

Lezioni tenute nella classe IV C  
del Liceo Scientifico 'Alberti' di Cagliari  
per il tirocinio operativo del biennio S.S.I.S 2005-2007  
classe di concorso A049

**Dott.ssa M. Gabriella Ortu**

novembre 2006



## Nota di copyright <sup>1</sup>

Copyright (c) 2006 Maria Gabriella Ortu.

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, with no Front-Cover Texts, and with no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the section entitled "GNU Free Documentation License".

Copyright (c) 2006 Maria Gabriella Ortu

È garantito il permesso di copiare, distribuire e/o modificare questo documento seguendo i termini della Licenza per Documentazione Libera GNU, Versione 1.2 o ogni versione successiva pubblicata dalla Free Software Foundation; senza Sezioni Non Modificabili, nessun Testo Copertina, e nessun Testo di Retro Copertina. Una copia della licenza è acclusa nella sezione intitolata "Licenza per Documentazione Libera GNU"

## Nota di composizione

Questo documento è stato realizzato utilizzando  $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}2_{\epsilon}$ , attuale interfaccia utente per  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ .

Per informazioni si veda, ad esempio, il sito del Gruppo Utilizzatori Italiani di  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ : <http://www.guit.sssup.it/>

---

<sup>1</sup>Il testo della *GNU Free Documentation Licence*, riportato al paragrafo 4 è scaricabile nell'originale in inglese sul sito del progetto GNU: <http://www.gnu.org/>, alla pagina: <http://www.gnu.org/licenses/fdl.html>; oppure sul sito della Free Software Foundation: <http://www.fsf.org/>, alla pagina: <http://www.fsf.org/licensing/licenses/fdl.html>. La traduzione in italiano della licenza è disponibile all'indirizzo: <http://www.softwarelibero.it/gnudoc/fdl.it.html>



# Indice

<b>1</b>	<b>LEZIONE N.1: giovedì 09.11.2006</b>	<b>3</b>
1.1	Introduzione . . . . .	3
1.2	L'idea intuitiva di energia interna di un corpo . . . . .	4
1.2.1	L'energia di una scatola . . . . .	4
1.2.2	L'energia di un vagone . . . . .	4
1.2.3	L'energia termica delle molecole . . . . .	5
1.3	Sistemi termodinamici . . . . .	9
1.4	Conclusioni . . . . .	14
<b>2</b>	<b>LEZIONE N.2: lunedì 13.11.2006</b>	<b>15</b>
2.1	Lo stato gassoso e le leggi dei gas perfetti . . . . .	15
2.1.1	Gas, vapori e temperatura critica (12) . . . . .	15
2.1.2	La definizione di gas ideale o gas perfetto . . . . .	15
2.1.3	La legge di Boyle . . . . .	16
2.1.4	La I legge di Gay-Lussac . . . . .	17
2.1.5	La II legge di Gay-Lussac . . . . .	18
2.2	Alcune schematizzazioni della realtà . . . . .	19
2.2.1	Il corpo rigido e i fenomeni termici . . . . .	19
2.2.2	Cilindro con pistone e gas ideale . . . . .	21
2.3	Trasformazioni termodinamiche . . . . .	21
2.3.1	Trasformazioni sul piano PV . . . . .	21
2.3.2	Trasformazioni reali . . . . .	23
2.3.3	Trasformazioni quasistatiche . . . . .	24
2.3.4	Significato delle curve continue in Fisica . . . . .	25
2.4	Deduzione dell'equazione di stato del gas ideale dai dati dell'esperienza	26
2.4.1	Approfondimento. L'equazione di stato di una sostanza . . .	31
2.5	Appendice lez.2. Il centro di massa di un corpo . . . . .	35
<b>3</b>	<b>LEZIONI N.3 E 4: gio. 16.11 e lun. 20.11.2006</b>	<b>36</b>
3.1	Lavoro in una compressione o in un'espansione di un sistema PVT .	36

3.1.1	Lavoro dovuto a forze di pressione . . . . .	36
3.1.2	Lavoro in condizioni di quasistaticità . . . . .	37
3.1.3	Lavoro come area . . . . .	39
3.2	Il lavoro dipende dal percorso . . . . .	42
3.2.1	Macchine termiche . . . . .	46
3.3	Confronto con il lavoro compiuto da forze conservative . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Appendice. GNU Free Documentation Licence.</b>	<b>51</b>
	BIBLIOGRAFIA	58

# 1 LEZIONE N.1: giovedì 09.11.2006

## 1.1 Introduzione

Il ciclo di lezioni che terrò in questa classe sarà incentrato su una delle leggi fondamentali della natura: la **conservazione dell'energia**.

L'anno scorso avete scoperto che quando un corpo è soggetto unicamente a *forze* cosiddette *conservative* (quali la forza gravitazionale), la somma della sua energia cinetica  $T$  e della sua energia potenziale  $U$  rimane costante durante il moto:  $E = T + U = \text{cost.}$  (legge di **conservazione dell'energia meccanica**).

*E se un corpo è soggetto a forze non conservative?* Considerate, per esempio, cosa succede ad un corpo che si muove con velocità iniziale  $v$  su un piano orizzontale con attrito. Si constata che dopo un po' esso si ferma: la sua energia cinetica è diventata nulla. Ma l'energia cinetica non si è convertita in energia potenziale, perché quest'ultima non è variata (il piano è orizzontale): l'energia meccanica non si è conservata ma è diminuita. Questo è il comportamento generale quando si è in presenza di forze dissipative come le forze d'attrito. Si osserva che i fenomeni d'attrito sono sempre accompagnati da un aumento della temperatura dei corpi in interazione.

Vi sarà rimasto il dubbio che l'energia che "scompare" quando si è in presenza di forze non conservative (come ad esempio nel caso dell'attrito) possa essersi *trasformata*, convertita, in forme (di energia) non immediatamente 'visibili'.

Cercheremo dunque di interpretare questi fatti e di verificare se c'è una correlazione fra la perdita di energia meccanica e l'aumento della temperatura dei corpi. Arriveremo gradatamente a dare una spiegazione soddisfacente dei fenomeni termici in termini energetici.

Inizierò con alcune osservazioni che ci possono suggerire quale sia la strada giusta da intraprendere. Oltre a ciò, in questa prima lezione, introdurrò alcuni dei termini che fanno parte del linguaggio tipicamente utilizzato nello studio dei sistemi termodinamici.

Il sistema fisico, termodinamico, cui faremo principalmente riferimento è il gas perfetto, questo perché i concetti fisici fondamentali che ci interessa comprendere possono essere illustrati molto bene anche in un caso particolare quale quello del gas perfetto. Voi avete già familiarità con due delle leggi dei gas perfetti - le cosiddette leggi di Gay-Lussac - che avete verificato in laboratorio; il professore vi ha accennato anche ad una terza legge, la legge di Boyle. Avrete quindi capito che

la particolarità del gas perfetto è la semplicità di queste leggi, ossia delle relazioni che intercorrono tra pressione, volume e temperatura, e la generalità di queste relazioni: esse si applicano molto bene a qualunque gas *reale* purché si trovi nelle condizioni di gas *perfetto* o *ideale*, ossia sia sufficientemente rarefatto e a temperatura superiore alla temperatura critica<sup>2</sup>.

## 1.2 L'idea intuitiva di energia interna di un corpo

### 1.2.1 L'energia di una scatola

Supponiamo che qualcuno ponga sul pavimento di fronte a noi una scatola chiusa (oppure una borsa, ecc.) e vi chieda di calcolarne l'energia. Per rispondere a questa domanda ci chiediamo se sia possibile ricavare lavoro dal sistema scatola.

Beh, diremo noi, l'energia cinetica della scatola è nulla perché essa è ferma; l'energia potenziale (misurata rispetto al pavimento) è anch'essa nulla, dal momento che la scatola non tende spontaneamente a muoversi in alcuna direzione e non sembra perciò possibile ricavare da essa alcun lavoro. Dovremmo forse concludere che l'energia della scatola sia nulla? No, infatti nel nostro ragionamento non abbiamo tenuto conto del contenuto della scatola, in altri termini, non abbiamo tenuto conto della *struttura interna del sistema*<sup>3</sup>.

La scatola potrebbe infatti contenere degli oggetti dai quali sia possibile ricavare lavoro: potrebbero esserci, ad esempio, delle molle in tensione (energia potenziale elastica); potrebbe esserci una pallina trattenuta al centro della scatola da dei fili, per cui tagliando i fili la pallina cadrebbe sul fondo della scatola (energia potenziale gravitazionale); potrebbe esserci un criceto che corre su un rullo facendo girare una ruota (energia cinetica); potrebbe esserci una pila elettrica; e via dicendo.

Riporto qui un altro esempio che, per brevità, non vi ho fatto in classe.

### 1.2.2 L'energia di un vagone

Ci troveremmo in una situazione analoga se qualcuno ci chiedesse di valutare l'energia di un treno che passa davanti a noi con velocità costante  $v$  e ad una quota  $h$

---

<sup>2</sup>Per la definizione di temperatura critica si veda il paragrafo 2.1.1 .

<sup>3</sup>Qualcuno di voi, giustamente, avendo già intuito che un corpo può avere un'energia, cosiddetta termica, per il fatto di essere 'caldo', mi ha fatto notare che per poter dire se la scatola ha energia devo controllarne la temperatura. Questo è vero, però io ho fatto questo esempio per portare un'*analogia* fra struttura 'esterna' *macroscopica* di un corpo e struttura 'interna' *microscopica*. Se non vogliamo preoccuparci dell'energia termica della scatola basta supporre che questa si trovi alla temperatura ambiente, perché in questo caso non potrà scambiare la sua energia termica con l'ambiente esterno: ambiente e scatola sono alla stessa temperatura e tali rimarranno... capirete meglio cosa voglio dire quando darò una definizione chiara del concetto di 'calore'.

dal livello del mare. Volendo calcolare l'energia totale di un vagone, per esempio, dovremmo sommare tutti i vari tipi di energia che esso possiede: ciascuno di questi tipi di energia è costato un lavoro e può a sua volta produrne, e pertanto nessuno di essi può essere ignorato.

Ciò che potremmo dire osservando il treno dall'*esterno* è che ogni vagone possiede un'energia cinetica  $\frac{1}{2}mv^2$  (supponendo che  $m$  sia la massa di ciascun vagone) e un'energia potenziale  $mgh$ . Ma non sappiamo se all'*interno* del vagone si trovino criceti stressati, bambini che lanciano i loro *peluche* preferiti, e così via. Se fossimo osservatori *interni* al vagone potremmo valutare anche questi contributi energetici.

Possiamo concludere che ci sia comodo distinguere i contributi all'energia totale, della scatola o del vagone, in due categorie: **energia esterna** ed **energia interna**. Morale della favola:

*L'energia totale di un corpo non è valutabile da parte di un osservatore che veda solo l'esterno del corpo e non conosca i dettagli della sua struttura interna* (nel senso che comunque dobbiamo in qualche modo renderci conto se ci sia una struttura interna da considerare e trovare dei metodi per misurarne gli effetti esterni).

### 1.2.3 L'energia termica delle molecole

#### Digressione storica

Gli scienziati che fra il Seicento e l'Ottocento si occuparono dello studio dei fenomeni termici non avevano una conoscenza della struttura intima della materia.

Fin dall'antichità alcuni filosofi, in particolare i greci Democrito e Leucippo (V secolo a.C.) e il latino Lucrezio (I secolo a.C., che espose le sue idee nella famosa opera *De Rerum Natura*), avevano ipotizzato che la materia fosse costituita da un insieme di corpuscoli in continuo e caotico movimento (*ipotesi atomistiche*).

Queste idee furono riprese durante il Rinascimento, in particolare da Galileo Galilei che nell'opera "Il Saggiatore" (1623) scrive che il calore può **essere pensato come un effetto prodotto sui corpi dallo stato di moto, non osservabile direttamente**, di una moltitudine di "*corpicelli minimi*", che chiamava "*ignicoli*", "*... mossi con tanta e tanta velocità...*". "*Poiché, dunque, ad eccitare il caldo non basta la presenza de gl'ignicoli, ma ci vuol il loro movimento ancora, quindi pare a me che non fosse se non con gran ragione detto, il moto esser causa di calore...*".

La storia della scienza ci insegna che, spesso, per arrivare ad una spiegazione soddisfacente dei fenomeni della natura occorrono varie generazioni di studiosi. Nel caso dei fenomeni termici ci è voluto molto tempo, in particolare, per costruire un concetto che potesse permetterci di passare da una descrizione 'qualitativa' di

quella proprietà dei corpi che associamo alla sensazione di 'caldo' e di 'freddo', ad una descrizione 'quantitativa' rigorosa, ossia per costruire il concetto fisico di temperatura dei corpi. Quando introdurremo il concetto di energia termica vi accorgete che nel parlare comune si tende a fare molta confusione fra i termini 'temperatura' e 'calore', confusione che è conseguenza del fatto che questi due concetti sono stati usati nella storia della scienza, ed entrati nel parlare comune, molto prima che se ne desse una definizione fisica rigorosa.

A conclusione di questa digressione storica riporto un brano tratto dall'articolo di Fabiano Minni "*Da Galilei a Clausius, note storiche sulle teorie cinetiche dei gas.*"<sup>4</sup>:

Compito della scienza diventava quello di ridurre le *qualità secondarie* che si manifestavano nel "*corpo sensitivo*" (sapori, odori, sensazione di calore...) nei termini delle *qualità primarie* che caratterizzano la materia stessa, quali ad esempio lo stato di moto dei corpuscoli. Al fine di *interrogare la natura* per indagare i fenomeni termici anche in termini quantitativi, Galilei costruì un termoscopio, l'idea fu ripresa all'interno dell'Accademia del Cimento ed i primi termometri furono costruiti ed impiegati attorno al 1650.

Si tentava per la prima volta di andare al di là della pura speculazione filosofica, anche se era ancora insufficiente sia la fase dell'acquisizione di dati, in particolare i termometri non avevano punti fissi e quindi termometri diversi non erano confrontabili tra loro, sia quella dell'elaborazione di teorie in grado di rendere ragione anche quantitativamente di fenomeni noti o di prevederne di nuovi.

Intorno alla prima metà del Seicento fu raccolta ad opera di numerosi ricercatori, tra i quali R.Townley, H.Power, R.Hooke, R.Boyle, una significativa serie di dati sperimentali sulle proprietà dell'aria e venne mostrato, Boyle (1660), Mariotte (1676), che a temperatura costante il prodotto pressione per volume è approssimativamente costante.

Nel 1738 Daniel Bernoulli [3] formulò un modello in cui l'aria era immaginata come un insieme di particelle in continuo movimento.

Bernoulli, forniva, a differenza dei suoi predecessori, una spiegazione dell'origine della pressione e di alcune proprietà elementari dei gas, quali ad esempio la compressibilità, nonché della legge di Boyle - Mariotte.

Si ponevano in tal modo le basi per un approccio scientifico ad una teoria cinetica dei gas.

La prima prova dell'esistenza effettiva di particelle (atomi e molecole) in moto

---

<sup>4</sup>Scaricabile all'indirizzo: <http://www.a-i-f.it/STORIA/Download/PDF/Minni2001.pdf>.

all'interno dei corpi la si ebbe soltanto nel 1905 quando A. Einstein interpretò correttamente il cosiddetto *moto browniano*, osservato per la prima volta dal botanico inglese R. Brown nel 1827. Si tratta del moto caotico di minuscoli granelli di un qualsiasi materiale (es. polline) sospesi in un liquido o in un gas: la loro traiettoria a zig zag è causata dal moto disordinato delle molecole del fluido in cui sono immersi. Sfruttando questa spiegazione, è stato possibile contare il numero di atomi o molecole contenute in una data quantità di materia (dell'ordine del numero di Avogadro  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ , calcolato sperimentalmente da Jean Perrin nel 1908), dimostrando senza più ombra di dubbio l'esistenza delle molecole.

Oggi è possibile, con tecniche sofisticate, 'vedere' e fotografare molecole e atomi; non solo, abbiamo scoperto che anche gli atomi hanno una loro struttura interna fatta di un nucleo, costituito da neutroni e protoni, e da un certo numero di elettroni.

### Macrostatì e Microstatì

Da quanto sin ora visto possiamo dire che risulta conveniente suddividere l'energia totale posseduta da un corpo (quella proprietà per cui il corpo è in grado di compiere lavoro) in due contributi: **energia meccanica** ed **energia interna**.

Chiameremo **energia meccanica** l'energia *macroscopica* del corpo, ossia quella che possiamo valutare senza prendere in considerazione la struttura interna del corpo o, meglio, quella che è indipendente dalla struttura interna del corpo<sup>5</sup> (la somma della sua energia cinetica *macroscopica* e della sua energia potenziale *macroscopica*); mentre indicheremo come **energia interna** di un corpo l'energia legata alla sua struttura interna, *microscopica*, non direttamente visibile, dovuta ai moti delle particelle costituenti il corpo (atomi e molecole) (la somma dell'energia cinetica media e dell'energia potenziale media posseduta dalle particelle).

Riprenderemo più volte questi concetti. Qui vorrei farvi osservare che voi avete descritto il comportamento del gas perfetto riferendovi ai valori di alcune grandezze: pressione, volume e temperatura, che sono tutte grandezze caratterizzanti il corpo nel suo insieme, grandezze cioè che ne indicano lo stato fisico *macroscopico*. Abbiamo però già detto che la temperatura di un corpo è legata allo stato di moto delle molecole che costituiscono il corpo, o stato di *agitazione termica*; vedremo che

---

<sup>5</sup>Attenzione ai termini usati: parlando di struttura interna di un corpo s'intende qui il suo interno costituito da atomi e molecole. Ciò non va confuso con la 'struttura' di un sistema *macroscopico discreto* formato da un certo numero di punti materiali posti a certe distanze reciproche fra loro: questo sistema ha energia potenziale macroscopica dipendente dalla sua configurazione, ossia dalle posizioni reciproche fra punti materiali. In quest'ultimo caso, più che di struttura interna si parla di configurazione del sistema.

sia la temperatura che la pressione possono essere espresse in termini dello *stato microscopico* dei corpi.

Mi spiego meglio. Voi sapete che i gas contengono un gran numero di particelle (atomi o molecole), dell'ordine di  $10^{23}$  (dell'ordine cioè del numero di Avogadro  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ ), in continuo movimento. Ciascuna molecola di massa  $m$  si sposta nello spazio, perciò ad un certo istante  $t$  si troverà in un certo punto  $P$  con una certa velocità  $v$  (posizione e velocità variano nel tempo). Se fissiamo la nostra attenzione ad un particolare istante  $t_0$  possiamo immaginare che le  $N$  molecole del gas (o le particelle del corpo che stiamo considerando) si troveranno ciascuna in un ben preciso punto dello spazio con una ben precisa velocità. Se indichiamo con  $\vec{r}_i(t_0)$  e  $\vec{v}_i(t_0)$  i vettori di posizione e di velocità della molecola  $i$ -esima all'istante considerato  $t_0$ , allora chiamiamo **stato microscopico** o **microstato** del sistema all'istante  $t_0$  l'insieme delle  $N$  coppie di valori  $(\vec{r}_i, \vec{v}_i)$  <sup>6</sup>.

Questa visione delle cose è corretta, soltanto che *non ci è dato di conoscere i valori  $(\vec{r}_i, \vec{v}_i)$  di ciascuna singola molecola*, non li possiamo valutare sperimentalmente in nessun modo; d'altra parte ci sarebbe anche difficile descrivere il comportamento del gas seguendo il moto di ben  $10^{23}$  molecole! Per fortuna conoscere l'evoluzione temporale delle *singole* molecole del gas (ossia come variano nel tempo la posizione e la velocità delle singole molecole) non ci interessa, nel senso che siamo in grado di descrivere abbastanza bene il comportamento del gas anche senza questa informazione.

Infatti, considerazioni di tipo statistico permettono di legare gli stati microscopici del gas al suo stato macroscopico, ossia legare velocità e posizione delle particelle ai valori macroscopici, *misurabili*, di pressione volume e temperatura. Chiameremo **stato macroscopico** di un corpo l'insieme dei valori  $(\mathbf{P}, \mathbf{V}, \mathbf{T})$  all'istante considerato, quando il corpo è in equilibrio termodinamico - chiarirò più avanti questo concetto.

Si può inoltre dimostrare che *ad uno stesso stato macroscopico del corpo possono corrispondere diversi stati microscopici*. Detto in altri termini: ad un certo momento il gas può trovarsi in un certo stato microscopico che corrisponderà ad un ben definito stato macroscopico, ma potrebbe trovarsi anche in un diverso stato microscopico cui corrisponde però lo *stesso* stato macroscopico di prima. *Un medesimo stato macroscopico può quindi realizzarsi secondo stati microscopici differenti* e, ovviamente, non sappiamo in quale fra questi stati microscopici si trovi il gas allo stato macroscopico che stiamo osservando! Ebbene, ai fini del calcolo della

---

<sup>6</sup> $(\vec{r}_1, \vec{v}_1)$  della molecola che 'etichettiamo' come molecola '1',  $(\vec{r}_2, \vec{v}_2)$  della molecola che 'etichettiamo' come molecola '2', ...,  $(\vec{r}_N, \vec{v}_N)$  della molecola che 'etichettiamo' come molecola 'N'.

pressione e della temperatura non interessano i valori di velocità e posizione delle singole molecole ma è sufficiente conoscerne i valori *medi*. Capirete meglio quanto sto dicendo quando vedremo il *modello cinetico dei gas*.

### 1.3 Sistemi termodinamici

Quest'anno avete cominciato ad indagare i fenomeni fisici che hanno a che fare con variazioni di temperatura, pressione e volume. Vorrei innanzitutto ripassare brevemente quanto sin ora avete visto, introducendo da subito alcuni concetti di carattere generale che ci serviranno per studiare i processi di scambio di energia fra sistemi fisici.

In generale, quando un determinato sistema fisico, ad esempio l'aria in questa stanza, l'acqua della pastasciutta sul fornello, il bucato steso ad asciugare al sole, Pierino chiuso nel traffico in una calda giornata 'd'agosto cagliaritano',... , viene studiato *dal punto di vista degli scambi energetici con altri sistemi*, con altri corpi, viene chiamato **sistema termodinamico**.

Naturalmente, se il nostro scopo è lo studio degli scambi energetici fra corpi, se vogliamo indicare quantitativamente quanta energia un corpo cede all'altro, dobbiamo essere d'accordo su quali corpi stiamo considerando e quale sia il confine per cui posso dire 'qui finisce l'uno e qui inizia l'altro', 'è questo corpo che sta perdendo energia, mentre quest'altro la sta acquistando'. Bisogna poi precisare quali sono le caratteristiche dei corpi interagenti che hanno interesse per descrivere cosa accade; vi saranno alcune grandezze, caratteristiche dei corpi, che fissiamo una volta per tutte e altre che potranno variare in seguito all'interazione fra corpi (sistema termodinamico e ambiente circostante sono entrambi 'corpi').

Possiamo quindi schematizzare la situazione in studio come in figura 1: il **sistema termodinamico** è il corpo di cui voglio studiare l'interazione energetica con i corpi circostanti; questo sarà delimitato da un bordo, che posso chiamare confine del sistema o **superficie di confine**, oltre tale confine vi sarà tutto ciò con cui il sistema interagisce e che consideriamo come ambiente **esterno**. Lo stato macroscopico del sistema è caratterizzato da un certo numero di **parametri** che variano quando si ha uno scambio di energia fra il sistema e l'esterno e che vengono pertanto chiamati **variabili termodinamiche**.

Se non ci interessa studiare il sistema dal punto di vista di scambi di energia cinetica 'macroscopica' o di energia potenziale 'macroscopica', possiamo considerare il sistema fermo nel laboratorio. Non prenderemo quindi in considerazione la velocità o la posizione del sistema, ma solo grandezze quali pressione, volume,

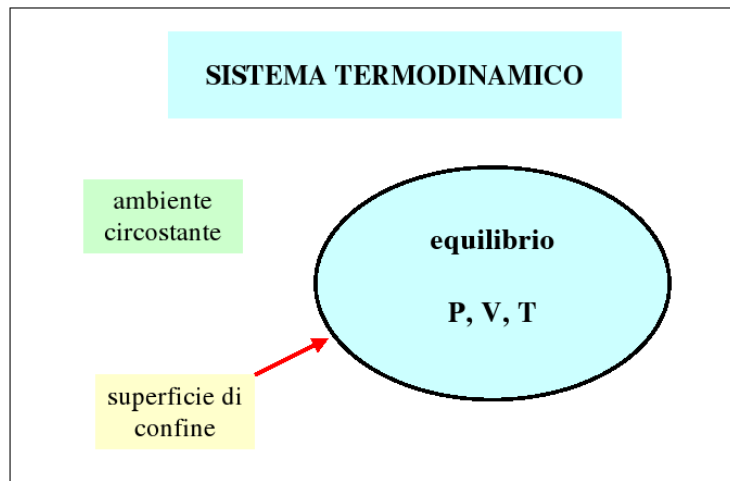


FIGURA 1: Schema di sistema termodinamico in equilibrio con l'ambiente esterno.

temperatura, massa, le specie chimiche che compongono il corpo ecc.

DOMANDE:

**Perché ho scritto soltanto le variabili  $P, V, T$ ?:** *perché in genere considereremo soltanto casi in cui la massa del sistema sia fissata, il che significa che considereremo sistemi che non cambiano stato di aggregazione (se fosse così dovremmo precisare i valori delle masse presenti nei vari stati di aggregazione); né considereremo sistemi che cambiano composizione chimica (in questo caso dovremmo considerare parametri termodinamici anche le concentrazioni delle varie specie chimiche).*

*Dunque, fissato tutto il resto, lo stato (termodinamico macroscopico) del sistema è individuato unicamente dai valori delle variabili  $P, V$  e  $T$ .*

**Perché ho scritto sistema in equilibrio e cosa significa?:** significa che ha senso dire che il sistema è in uno **stato** ( $P, V, T$ ) soltanto se queste variabili sono definibili per l'intero corpo, ossia se il loro valore è lo stesso in tutti i punti del corpo e non varia nel tempo. Quando accade questo dirò che il sistema si trova in uno **stato di equilibrio termodinamico**.

Ad esempio, quando avete verificato in laboratorio le leggi di Gay-Lussac avete preso le misure di  $P, V$  e di  $P, T$  non quando queste stavano variando rapidamente, ma quando si sono stabilizzate. Perciò, di volta in volta, prima di prendere i dati avete atteso che il sistema tornasse in equilibrio con l'esterno.

**Che cosa bisogna considerare 'esterno del sistema'?:** si considera 'esterno

del sistema' tutto ciò che sta oltre la superficie di confine... be', ma non qualunque cosa possibile e immaginabile... soltanto quei corpi che lo influenzano direttamente in termini energetici, solo quei corpi con cui può scambiare energia.

È una situazione analoga a quella che avevate in Meccanica quando, considerando il moto di caduta di un oggetto sul suolo terrestre, vi preoccupavate soltanto dell'influenza gravitazionale della Terra e non dell'attrazione gravitazionale fra voi e l'oggetto (che esiste ma evidentemente è così piccola che potete tranquillamente trascurarla). Ma mentre durante gli esperimenti di caduta dei corpi potete star certi che la Terra rimarrà sotto i vostri piedi e con massa costante per tutta la durata dell'esperimento, *nel caso delle interazioni termodinamiche dovete stare attenti a che non si verifichino scambi di energia fra l'esterno che influenza direttamente il sistema e il 'resto del mondo' che potrebbe influenzare l'esterno, e quindi poi anche il sistema stesso.*

Siete pertanto in una situazione per cui *il sistema fisico costituito dall'insieme 'sistema termodinamico + ambiente esterno al sistema' può essere considerato isolato dal resto del mondo soltanto per un certo intervallo di tempo.* Ad esempio, supponete che la mattina alle ore 9 vi siano fuori dalla scuola  $13^{\circ}\text{C}$  e  $16^{\circ}\text{C}$  in laboratorio. Iniziate un esperimento con del gas contenuto in una provetta e volete che la temperatura del gas rimanga costante alla temperatura ambiente di  $16^{\circ}\text{C}$ . Durante la mattina la temperatura della stanza comincia però a salire, per cui, per esempio, a Mezzogiorno avete  $23^{\circ}\text{C}$ , è chiaro che anche la temperatura del gas nella provetta sarà salita sino a portarsi alla nuova temperatura ambiente. In questo caso avete avuto sul gas un'influenza da qualcosa che stava oltre il sistema 'aria in laboratorio-gas in provetta', sistema che potevate quindi considerare isolato, ma solo per qualche ora.

**Supponiamo quindi di poter considerare isolato dal resto del mondo il sistema costituito dall'insieme 'sistema termodinamico + ambiente esterno al sistema'.** *Che vuol dire isolato?* che non può scambiare con il resto del mondo né materia né energia.

Chiaramente si potranno avere situazioni in cui, a sua volta, il sistema termodinamico può essere considerato isolato dall'esterno. Possiamo classificare i sistemi in tre categorie:

**Sistema isolato:** se non scambia con l'esterno né materia né energia;

**Sistema aperto:** se scambia energia e materia con l'esterno;

**Sistema chiuso:** se scambia energia e non materia con l'esterno.

Per non complicarci la vita noi considereremo essenzialmente sistemi termodinamici chiusi.

Possiamo poi classificare la superficie di confine a seconda del tipo di scambi energetici che possono avvenire attraverso di essa.

Lasciate che indichi con la lettera **Q** la **quantità di calore**. Non vi ho ancora detto cosa si intenda esattamente per calore, ma avrete intuito che si tratta di una forma di energia legata alla temperatura dei corpi: è quell'energia che può essere trasmessa fra corpi che si trovano a temperatura differente. Quando un sistema scambia calore, lavoro o entrambi, la superficie di confine viene detta:

**superficie adiabatica o isolante (non conduce il calore):** se attraverso di essa non può esservi uno scambio di calore;

**superficie diatermica o conduttrice (di calore):** se attraverso di essa può verificarsi uno scambio di calore;

**superficie rigida:** se attraverso di essa non può essere effettuato lavoro (vi è qualche vincolo che la mantiene ferma);

**superficie mobile:** attraverso di essa si può effettuare lavoro meccanico.

Nelle prossime lezioni vedremo alcuni esempi chiarificatori.

Quando un sistema che si trovi inizialmente in un certo stato di equilibrio (variabili  $P, V, T$  definite costanti per il sistema nel suo insieme) interagisce con l'esterno, scambiando con esso energia, i parametri termodinamici variano, diremo perciò che un sistema in interazione subisce un *processo di trasformazione* o **trasformazione**.

Si noti che durante il processo di interazione con l'esterno le variabili termodinamiche non sono definite per l'intero corpo, cioè non hanno lo stesso valore in tutti i punti del corpo, ma hanno valori diversi in porzioni diverse del corpo. Ad esempio, man mano che inizia il riscaldamento dell'acqua della pastasciutta sul fornello, l'acqua sul fondo è inizialmente più calda dell'acqua in cima alla pentola; quando però si è giunti all'ebollizione l'acqua è tutta alla temperatura di  $100^\circ\text{C}$ <sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup>I cambiamenti di stato avvengono a temperature caratteristiche per ciascuna sostanza: la temperatura durante un cambiamento di stato è la stessa in tutto il corpo, è uniforme. E, infatti, ricorderete che come punti di riferimento per tarare i termometri si considerano proprio le condizioni di cambiamento di stato.

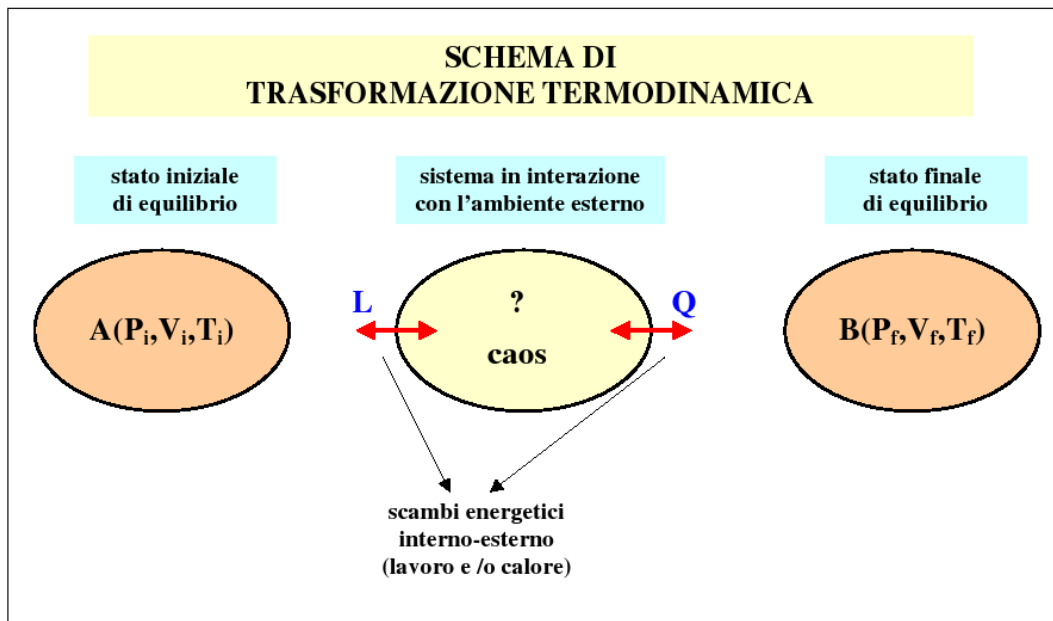


FIGURA 2: Schema di trasformazione termodinamica di un sistema che si porta da uno stato di equilibrio iniziale A ad uno stato di equilibrio finale B.

La trasformazione ha termine una volta che il sistema si sia portato in un nuovo stato di equilibrio. Ovviamente l'interazione è reciproca: il sistema viene influenzato dall'esterno, ma a sua volta influenza l'esterno - si ha uno scambio energetico (ad esempio: unendo in una bacinella un secchio di acqua calda e un secchio di acqua fredda, i due sistemi - acqua calda e acqua fredda - interagiscono sino a raggiungere una temperatura di equilibrio intermedia fra le due temperature iniziali). Possiamo quindi schematizzare una trasformazione come in figura (2).

Un'ultima osservazione terminologica. Nel caso in cui si considerino solo i parametri  $P$ ,  $V$  e  $T$ , mantenendo gli altri costanti, una situazione di equilibrio termodinamico comprende i due equilibri:

**equilibrio meccanico:** la pressione è la stessa in qualsiasi punto del corpo e alla superficie eguaglia la pressione esterna (ciò assicura che non si abbiano spostamenti di porzioni entro il corpo, né si abbia una sua compressione o espansione);

**equilibrio termico:** la temperatura è definita in qualsiasi punto del corpo, ossia è la stessa ovunque ed è costante nel tempo.

Se il corpo può variare anche composizione chimica e stato di aggregazione, allora all'equilibrio termodinamico vi sarà anche

**equilibrio chimico:** la composizione chimica e lo stato di aggregazione del corpo sono costanti al passare del tempo.

D'ora in poi, salvo diversa precisazione, si prenderanno in considerazione soltanto sistemi termodinamici completamente descrivibili in termini delle variabili  $P$ ,  $V$  e  $T$ .

## 1.4 Conclusioni

A questo punto della lezione, ricorderete, ho riepilogato brevemente quanto già sapevate sulle tre leggi dei gas perfetti, con l'intenzione di mostrarvi poi come ricavare l'equazione di gas ideale dalle leggi dei gas perfetti. Potete trovare questi argomenti nelle pagine seguenti, nella parte relativa alla seconda lezione.

## 2 LEZIONE N.2: lunedì 13.11.2006

### 2.1 Lo stato gassoso e le leggi dei gas perfetti

#### 2.1.1 Gas, vapori e temperatura critica (12)

Come sapete tutti i corpi che ci circondano si presentano in tre diversi **stati di aggregazione**<sup>8</sup>: stato gassoso, stato liquido, stato solido. Un gas si distribuisce uniformemente in tutto il volume che ha a disposizione; un liquido ha volume proprio, ma assume la forma del recipiente che lo contiene; un solido ha invece volume e forma propri. In generale, una stessa specie chimica può presentarsi in diversi stati di aggregazione a seconda della temperatura e della pressione in cui essa si trova. Infatti, al variare della temperatura e della pressione varia l'energia cinetica delle particelle (atomi, molecole, ioni) costituenti un dato corpo, condizionando così la possibilità, per le particelle stesse, di formare gas, liquidi o solidi.

Talvolta, lo stato gassoso è anche chiamato stato aeriforme e si usa introdurre una distinzione fra gas e vapore: vengono chiamati **gas** quegli aeriformi che si trovano ad una temperatura maggiore della loro temperatura critica e **vapori** quelli che si trovano ad una temperatura inferiore a quella critica. Si ricordi che ogni sostanza ha una sua **temperatura critica** ben definita, generalmente indicata con  $T_{cr}$ , che è definita come *la temperatura al di sopra della quale quella data sostanza si trova necessariamente tutta allo stato gassoso* (si dice anche che è quella temperatura al di sopra della quale il corpo non è liquefacibile per compressione - si veda la figura 11).

#### 2.1.2 La definizione di gas ideale o gas perfetto

Fra il 1660 e il 1803 furono scoperte empiricamente tre leggi che descrivono il comportamento dei gas in funzione delle variabili di stato pressione, volume e temperatura. Per una quantità fissata di massa gassosa, le leggi dei gas sono espresse dalle seguenti equazioni:

Equazione di Boyle (1660)	$PV = cost$	legge isoterma: $T=cost$
Equazione di Charles (1787)	$P = P_0(1 + \alpha t)$	legge isocora: $V=cost$
Equazione di Gay-Lussac (1803)	$V = V_0(1 + \alpha t)$	legge isobara: $P=cost$

---

<sup>8</sup>La parola 'stato' qui utilizzata ha, ovviamente, un significato differente rispetto a quando si parla di stato termodinamico di un corpo che, abbiamo detto, è l'insieme di valori assunto dalle variabili termodinamiche (P,V,T), valori che forniscono tutte le informazioni che ci servono per sapere in che *stato* (o 'condizione', se volete) si trovi una data massa di una certa sostanza quando è in equilibrio (termodinamico = meccanico e termico) con l'ambiente circostante. Uno stato di equilibrio termodinamico è quindi un punto in uno spazio P,V,T a tre dimensioni; così come uno stato di moto di una particella materiale è un punto in uno spazio quadridimensionale  $v_x, v_y, v_z, t$ , dove  $v_x, v_y, v_z$  sono le componenti della velocità della particella nell'istante  $t$ .

dove con  $\alpha$  si è indicata la costante dimensionale

$$\alpha = \frac{1}{273,15} (^{\circ}C)^{-1}. \quad (1)$$

La prima legge è nota anche con il nome di *legge di Boyle-Mariotte*<sup>9</sup>, la seconda come *II legge di Gay-Lussac*, l'ultima come *I legge di Gay-Lussac* o *legge di Volta-Gay-Lussac*.

Successivamente venne dimostrato che i gas, in genere, non seguono esattamente il comportamento ideale descritto da tali leggi, le quali valgono solo approssimativamente. I gas nelle condizioni di temperatura e pressioni per le quali valgono tali leggi vengono chiamati **gas ideali** o **gas perfetti**. *Il comportamento dei gas reali rientra nella schematizzazione di gas ideale quanto più il gas reale è rarefatto e lontano dalla temperatura critica*<sup>10</sup>. Il gas ideale è quindi un'astrazione, tuttavia, in certe condizioni particolari di pressione e temperatura anche un gas reale può essere considerato praticamente ideale. Ebbene, *gran parte dei gas alle condizioni ambiente di temperatura e pressione si comporta con buona approssimazione come gas ideale*. Per esempio, l'aria ha una temperatura critica di circa  $-140^{\circ}C$  e una pressione critica di  $37atm$ : in laboratorio avete verificato la legge di gas ideale proprio con l'aria (le temperature alle quali avete operato erano ben al di sopra di  $-140^{\circ}C!!$ ).

### 2.1.3 La legge di Boyle

La **legge di Boyle** esprime il fatto sperimentale per cui quando un gas subisce una **trasformazione isoterma** (= a temperatura costante), che lo porta da uno stato di equilibrio 'iniziale'  $(P_i, V_i)_T$  ad un nuovo stato di equilibrio 'finale'  $(P_f, V_f)_T$  si verifica che:  $P_f V_f = P_i V_i$ , qualunque siano gli stati di equilibrio considerati. Ossia, all'equilibrio termodinamico, la pressione e il volume di una data massa di gas perfetto sono legati da una relazione di *proporzionalità inversa*:

$$(PV)_T = cost. \quad (2)$$

che è l'equazione di un ramo di iperbole, rappresentata nel grafico cartesiano in figura 3<sup>11</sup>.

---

<sup>9</sup>In onore del fisico francese Edme Mariotte (1620 ca-1684), che enunciò indipendentemente questa legge nel 1676.

<sup>10</sup>In tali condizioni risultano trascurabili le interazioni fra molecole (o atomi) e sono importanti solo gli urti delle molecole contro le pareti (di un recipiente, della stanza, ecc.) che contengono il gas. L'assenza di interazioni fra le particelle che costituiscono il gas ideale fa sì che le leggi che ne governano il comportamento prescindano dalla natura chimica delle particelle stesse.

<sup>11</sup>Se si disegna un grafico ponendo in ascisse il volume  $V$  e in ordinate la pressione  $P$  si trova che i punti sperimentali stanno (entro gli errori sperimentali) sulla curva di equazione  $PV = k$ ,

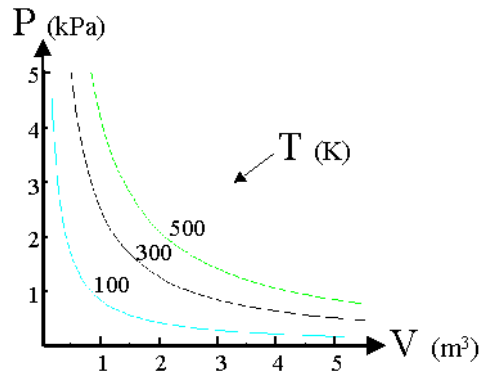


FIGURA 3: Legge di Boyle: curve isoterme sul piano [PV]. Immagine tratta da [http://science.unitn.it/~fisical/fisical/appunti/termo/cap\\_2/cap\\_2\\_14.htm](http://science.unitn.it/~fisical/fisical/appunti/termo/cap_2/cap_2_14.htm).

### Esempio numerico (12)

Un litro di gas alla temperatura  $t$  ha una pressione di  $10^{-2} \text{ atm}$  (si ricordi che  $1 \text{ atm} \simeq 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ). Qual è la pressione finale se il gas, mantenendo costante la temperatura, viene compresso fino ad occupare un volume di  $0,5 \text{ l}$ ?

Trattandosi di una trasformazione isoterma e, supponendo il gas ideale, vale la legge di Boyle:  $(PV)_t = \text{cost.}$ . Si ha perciò:

$$(P_f V_f)_t = (P_i V_i)_t \rightarrow P_f \cdot 0,5 = 10^{-2} \cdot 1,$$

ossia

$$P_f = 2 \cdot 10^{-2} \text{ atm} \quad (\simeq 2026 \text{ Pa}).$$

Dimezzando il volume, a temperatura costante, la pressione raddoppia.

### 2.1.4 La I legge di Gay-Lussac

La **I legge di Gay-Lussac** esprime il fatto sperimentale per cui quando un gas subisce una **trasformazione isobara** (= a pressione costante), che lo porta da uno stato di equilibrio 'iniziale'  $(V_i, T_i)_p$  ad un nuovo stato di equilibrio 'finale'  $(V_f, T_f)_p$  si verifica che:  $\left(\frac{V_f}{T_f} = \frac{V_i}{T_i}\right)_p$ , qualunque siano gli stati di equilibrio considerati. Ossia, all'equilibrio termodinamico, la temperatura e il volume di una data massa di gas perfetto sono legati da una relazione di *proporzionalità diretta*:

$$\left(\frac{V}{T}\right)_p = \text{cost.} \quad (3)$$

che è l'equazione di una retta ( $V = kT$ ) passante per l'origine degli assi nel piano cartesiano [VT] (quando la temperatura  $T$  è misurata in kelvin; si noti che in figura

dove  $k$  è una costante ( $k = P_1 V_1 = P_2 V_2 = \dots$ ). In generale, una relazione di proporzionalità inversa è data da un'equazione della forma  $xy = k$ , che nel piano cartesiano rappresenta una conica detta iperbole (in questo caso si parla di iperbole equilatera riferita ai propri assi).

L'equazione  $xy = k$  si può scrivere anche come  $y = k/x$ , con  $x \neq 0$ . Ponendo  $x' = 1/x$  si ha  $y = kx'$ , che è l'equazione di una retta passante per l'origine. Se su un grafico di proporzionalità inversa si riportano  $x$  e  $y$  allora la curva visualizzata è un'iperbole, se si riportano  $x'$  e  $y$  allora la curva ottenuta è una retta per l'origine (cosa che, stavolta, mostra la proporzionalità diretta fra  $x'$  e  $y$ ).

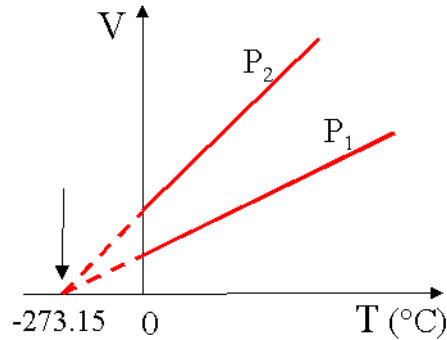


FIGURA 4: I legge di Gay-Lussac: curve isobare sul piano [VT]. Immagine tratta da [http://science.unitn.it/~fisica1/fisica1/appunti/termo/cap\\_2/cap\\_2\\_14.htm](http://science.unitn.it/~fisica1/fisica1/appunti/termo/cap_2/cap_2_14.htm).

4 la temperatura è misurata in gradi Celsius:  $t[^\circ C] = T - 273,15$ ).

**Osservazione importante:** la prima legge di Gay-Lussac è conseguenza della definizione di temperatura. Si verifica sperimentalmente che, a parità di tutto il resto (pressione, massa, stato di aggregazione ecc.), se si riscalda un gas esso si dilata (aumenta il suo volume), e tutti i gas si dilatano con la stessa legge (approssimativamente per i gas reali, esattamente per i gas perfetti).

Avrete forse visto che la temperatura può essere definita scegliendo una relazione arbitraria fra temperatura e volume. In pratica si sceglie la relazione più semplice: quella di proporzionalità diretta. È dunque conseguenza della definizione di temperatura la legge sperimentale:

$$\Delta t \propto \Delta V \quad \text{a } P = \text{costante.} \quad (4)$$

### 2.1.5 La II legge di Gay-Lussac

La **II legge di Gay-Lussac** esprime il fatto sperimentale per cui quando un gas subisce una **trasformazione isocora** (= a volume costante), che lo porta da uno stato di equilibrio 'iniziale'  $(P_i, T_i)_v$  ad un nuovo stato di equilibrio 'finale'  $(P_f, T_f)_v$  si verifica che:  $\left(\frac{P_f}{T_f} = \frac{P_i}{T_i}\right)_v$ , qualunque siano gli stati di equilibrio considerati. Ossia, all'equilibrio termodinamico, la temperatura e la pressione di una data massa di gas perfetto sono legati da una relazione di *proporzionalità diretta*:

$$\left(\frac{P}{T}\right)_v = \text{cost.} \quad (5)$$

che è l'equazione di una retta ( $P = kT$ ) passante per l'origine degli assi del piano cartesiano [PT] (quando la temperatura  $T$  è misurata in kelvin; in figura 5 la temperatura è misurata in gradi Celsius:  $t[^\circ C] = T - 273,15$ ).

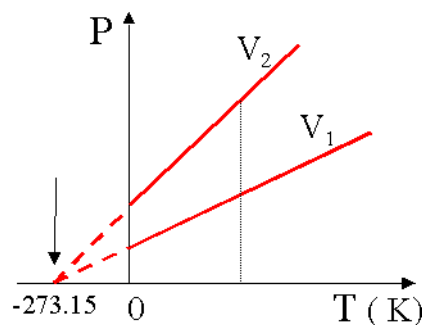


FIGURA 5: Il legge di Gay-Lussac: curve isocore sul piano [PT]. Immagine tratta da [http://science.unitn.it/~fisica1/fisica1/appunti/termo/cap\\_2/cap\\_2\\_14.htm](http://science.unitn.it/~fisica1/fisica1/appunti/termo/cap_2/cap_2_14.htm).

### Esempio numerico (12)

Un gas alla temperatura di  $200\text{ K}$  esercita sulle pareti del recipiente in cui è racchiuso una pressione di  $10^{-2}\text{ atm}$ . Qual è la pressione esercitata dal gas dopo averlo riscaldato portandolo alla temperatura di  $400\text{ K}$ ?

Trattandosi di una trasformazione isocora, e supponendo il gas ideale, vale la II legge di Gay-Lussac:  $(P/T)_V = \text{cost.}$ . Si ha perciò:

$$\left(\frac{P_f}{T_f}\right)_V = \left(\frac{P_i}{T_i}\right)_V \rightarrow \frac{P_f}{400} = \frac{10^{-2}}{200},$$

ossia

$$P_f = 2 \cdot 10^{-2}\text{ atm} \quad (\simeq 2026\text{ Pa}).$$

Raddoppiando la temperatura a volume costante, la pressione raddoppia.

## 2.2 Alcune schematizzazioni della realtà

### 2.2.1 Il corpo rigido e i fenomeni termici

Si è detto che il nostro scopo principale è quello di indagare gli scambi energetici fra sistemi fisici in interazione. Ci siamo proposti, in particolare, di interpretare più a fondo i fenomeni dissipativi, ossia quei fenomeni fisici, quali l'attrito e le deformazioni anelastiche, nei quali l'energia meccanica dei sistemi interagenti non si conserva durante il moto.

Abbiamo detto che, poiché la struttura interna della materia è costituita da particelle in continuo movimento ci sembra lecito supporre (lo verificheremo) che l'energia meccanica non venga persa nei fenomeni dissipativi, ma si trasformi in energia *interna* (cinetica e potenziale) dei corpi.

Quando noi tentiamo di descrivere e interpretare la complessità dei fenomeni naturali ci troviamo necessariamente a dover operare delle semplificazioni, dobbiamo necessariamente crearci un modello, uno schema, della realtà.

Ad esempio, avete visto che in Meccanica si riesce a descrivere molto bene il moto reale dei corpi assumendo che questi possano essere trattati, a seconda dei casi, o

come singole particelle materiali, o come sistemi discreti di particelle materiali o come corpi rigidi.

Nella **schematizzazione di corpo rigido** (solido o liquido):

- le distanze tra i vari punti di un solido sono considerate immutabili, perciò non vi possono essere spostamenti di parti del corpo le une rispetto alle altre;
- gli spostamenti fra parti di liquido possono consistere unicamente in scorrimenti di strati su strati (incompressibilità) e questi scorrimenti devono avvenire senza richiedere alcun lavoro (assenza di viscosità).

Si tratta, ovviamente, di pure idealizzazioni perché i corpi reali possono solo approssimativamente comportarsi come corpi rigidi<sup>12</sup>. **La caratteristica della schematizzazione di corpo rigido è l'immutabilità delle proprietà interne, l'impossibilità che venga, dall'esterno, fatto lavoro contro le forze interne al corpo. Ecco perché la Meccanica (del corpo rigido) non può fare altro che classificare come dissipativi fenomeni quali l'attrito fra corpi.**

Vi è tutta una classe di fenomeni fisici che possono essere spiegati prescindendo dalla struttura interna dei corpi, considerati come corpi rigidi, mentre per altri - in particolare, i fenomeni termici - si deve necessariamente tenere conto delle proprietà interne della materia. Dei fenomeni termici si occupa la Termodinamica.

La Termodinamica è in grado di interpretare i fenomeni termici che si verificano nell'interazione fra corpi, qualunque sia lo stato di aggregazione nel quale questi si trovano. Noi, per semplicità, ci occuperemo soltanto dei gas nelle condizioni di comportamento termodinamico descrivibile con le leggi di gas perfetto. Il motivo di questa scelta è stato già chiarito: i concetti fisici fondamentali che ci interessa comprendere possono essere illustrati molto bene anche in un caso particolare quale è quello del gas perfetto.

Prima di concludere questa parte, vi ricordo (ma se non vi è capitato di incontrarlo nei vostri studi, pazienza) che un concetto molto importante nella schematizzazione di corpo rigido è quello di centro di massa (di un corpo o di un insieme di particelle). Questo concetto sarà citato anche nella prossima lezione. Ebbene, in Meccanica si dimostra che il moto (traslazionale) di un corpo rigido di massa  $M$  è descrivibile semplicemente in termini del moto di un unico punto: il centro di massa del corpo (per la definizione di **centro di massa** si veda l'appendice 2.5).

---

<sup>12</sup>Ovviamente non è possibile schematizzare un gas come corpo rigido perché, per sua stessa definizione, un aeriforme è sempre compressibile e la compressione implica un lavoro che modifica le proprietà interne.

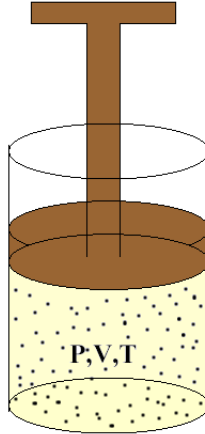


FIGURA 6: Sistema gas-cilindro-pistone per effettuare trasformazioni termodinamiche.

### 2.2.2 Cilindro con pistone e gas ideale

Per concretizzare quanto andremo illustrando converrà considerare apparati sperimentali semplici, le cui caratteristiche ci permettano, in particolare, di semplificare la trattazione matematica.

Potremmo *schematizzare* una tipica trasformazione termodinamica considerando una determinata massa di gas (ideale) posta entro un contenitore cilindrico (vedi figura 6) munito di pistone e di strumenti per la misura delle variabili termodinamiche  $P, V, T$ . Il contenitore sarà supposto a pareti adiabatiche o diatermiche a seconda delle necessità. **Il sistema termodinamico in istudio sarà quindi il gas ideale nel contenitore, mentre l'ambiente esterno sarà in generale sia il sistema cilindro-pistone che l'ambiente immediatamente circostante.** *L'ambiente circostante che possa influenzare il gas potrà essere:* un fornello su cui poggiamo il contenitore; oppure un bagno termico in cui il contenitore è immerso; oppure ancora un sistema meccanico che ci permetta di spostare il pistone, facendo comprimere o dilatare il gas; eccetera.

Questo apparato sperimentale è semplice, ma allo stesso tempo ci consente di descrivere tutti i casi di scambi energetici sistema-ambiente che ci interessano.

## 2.3 Trasformazioni termodinamiche

### 2.3.1 Trasformazioni sul piano PV

Supponiamo di avere un cilindro di sezione  $S$  in cui sia racchiusa una certa quantità fissata di gas (diciamo  $n$  moli, oppure una massa  $m_{gas}$ ). Il cilindro sia chiuso superiormente da un pistone mobile, a tenuta stagna, di sezione  $S$  (figura 6).

Inizialmente il sistema (ossia il gas entro il cilindro) sia in equilibrio termodina-

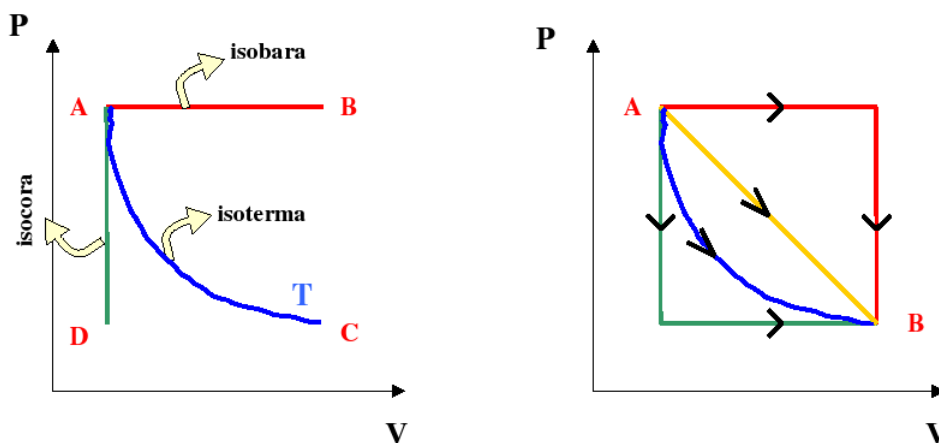


FIGURA 7: a) Esempi di trasformazioni termodinamiche: trasformazione quasistatica isobara da A a B; trasformazione quasistatica isoterma da A a C; trasformazione quasistatica isocora da A a D. b) Esempi di trasformazioni termodinamiche che portano il sistema (il gas ideale) dallo stato di equilibrio A allo stato di equilibrio B.

mico con l'ambiente circostante (il cilindro, il pistone, ecc.), occupi un volume  $V_A$ , alla pressione  $P_A$  e alla temperatura  $T_A$ : **lo stato di equilibrio termodinamico del sistema è l'insieme dei valori  $P_A, T_A, V_A$  caratterizzanti quel determinato stato.** È chiaro quindi che **un generico stato di equilibrio del sistema può essere rappresentato come un punto in uno spazio tridimensionale**, individuato da assi cartesiani che rappresentano valori (ovviamente solo positivi) di pressione, volume e temperatura. **Per semplificare la visualizzazione grafica di questi punti possiamo considerare le proiezioni dei punti su uno dei piani  $[PV]$ ,  $[V,T]$  o  $[P,T]$ .** Questo è quanto abbiamo fatto disegnando su un piano, anzi che nello spazio, le linee delle trasformazioni isobare, isocore e isoterme di un gas ideale.

In quanto segue userò tracciare su un piano  $[PV]$  le trasformazioni termodinamiche subite da un sistema (il solito gas perfetto) per passare da uno stato di equilibrio iniziale A ad uno stato di equilibrio finale B. In figura 7a) è mostrato come appaiono su un piano  $[PV]$  le tre trasformazioni sin'ora viste. Si ricordi di non confondere la rappresentazione cartesiana delle equazioni che costituiscono le leggi dei gas perfetti (le due rette e l'iperbole), con la rappresentazione di una trasformazione da un punto A ad un punto B (o da un punto B ad un punto A) sulle curve stesse (ah, a proposito, la retta è una curva...), trasformazione che abbiamo indicato segnando sulle curve i punti estremi, A e B, e il 'verso di percorrenza', ossia una freccia che mi dice se il sistema ha subito dei cambiamenti che lo hanno portato dallo stato A allo stato B oppure dallo stato B allo stato A.

**Una trasformazione fra due stati di equilibrio qualunque, A e B, la**

si può considerare come la 'traiettoria' seguita dal sistema per andare da A a B. Il sistema può andare da A a B in infiniti modi, subendo compressioni o espansioni, riscaldamenti o raffreddamenti, aumentando o diminuendo la pressione. *La linea orientata che parte da A e arriva a B riassume i vari processi che il sistema ha subito per andare da A a B* (alcuni esempi sono dati in figura 7b).

Cerchiamo ora di renderci conto che le trasformazioni rappresentate come linee su un piano [PV] (o uno qualunque degli altri piani considerati) sono delle trasformazioni molto particolari, dette **trasformazioni quasistatiche**, che non si possono realizzare sperimentalmente se non in maniera approssimata. Iniziamo però discutendo cosa accade in realtà quando un certo sistema, interagendo con l'ambiente circostante, subisce una trasformazione termodinamica.

### 2.3.2 Trasformazioni reali

Consideriamo il nostro solito caro cilindro. Supponiamo di voler comprimere il gas entro il cilindro portando il volume dal valore iniziale  $V_A$  ad un valore finale  $V_B$ . Spostiamo ora di colpo il pistone verso il basso e poi lasciamolo andare (tecnicamente si dice: *lasciamo poi evolvere spontaneamente il sistema*).

Ciò che accade al gas non è facile da descrivere: la massa di gas si mette in movimento, creando una corrente discendente, urta il fondo, 'rimbalza' verso l'alto e si scontra contro la parte di gas che ancora stava scendendo. Insomma si creano correnti e vortici e il gas ha un comportamento caotico non descrivibile. Pertanto, durante questo processo le variabili termodinamiche, P, V e T non sono uniformi, ma variano da punto a punto del gas. Dopo un certo intervallo di tempo però, quando tutti i fenomeni transitori saranno cessati, il gas avrà raggiunto una nuova situazione di equilibrio, portandosi in un nuovo stato di equilibrio (in generale, un sistema lasciato libero di evolvere si porta spontaneamente verso un nuovo stato che è di equilibrio con l'ambiente circostante).

Una trasformazione reale sarebbe descritta su un piano [PV] da una superficie come in figura 8, dove un punto della superficie rappresenta lo stato di un volume del gas. Pertanto, se il pistone viene mosso rapidamente possiamo descrivere soltanto le situazioni di partenza e di arrivo, cioè gli stati estremi della trasformazione (punti A e B in figura), ma non cosa avviene (del gas nel suo insieme) nei singoli punti intermedi.

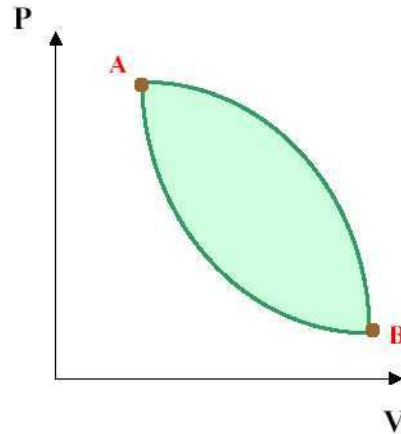


FIGURA 8: La superficie racchiusa entro il bordo verde può essere vista come l'insieme delle differenti «storie» dei volumetti infinitesimi in cui si può pensare suddiviso il volume iniziale del gas stesso.

### 2.3.3 Trasformazioni quasistatiche

Poiché i punti dello spazio  $P, V, T$  rappresentano stati di equilibrio termodinamico, una linea<sup>13</sup> su questo spazio (o una sua proiezione su uno qualunque dei piani coordinati, in particolare su  $[PV]$ ), che rappresenti una trasformazione del sistema fra due stati di equilibrio, è un insieme continuo di punti di equilibrio.

Una trasformazione in cui il sistema passi solo per stati di equilibrio è una trasformazione ottenibile *idealmente* facendo passare il sistema attraverso una successione di un numero molto grande (al limite, infinito) di stati di equilibrio. Una trasformazione di questo tipo è soltanto una idealizzazione, non si può realizzare sperimentalmente, e viene chiamata **trasformazione quasistatica**.

Quando un sistema viene perturbato, quando cioè si agisce su di esso variando qualcuno dei suoi parametri termodinamici (ossia  $P, V, T$ ), e viene poi lasciato libero di evolvere (ad es. si abbassa il pistone per un certo tratto e poi lo si lascia andare), esso si porta in un nuovo stato di equilibrio ( $P', V', T'$ ). Noi sappiamo però che l'equilibrio non viene raggiunto istantaneamente, ma dopo un certo intervallo di tempo. Ecco perché una trasformazione quasistatica, in ogni istante della quale il sistema sia infinitamente prossimo ad uno stato di equilibrio, non è realizzabile in pratica.

Le trasformazioni quasistatiche *hanno il pregio di poter essere rappresentate in forma matematica*: le variabili termodinamiche assumono un insieme continuo di valori e sono legate fra loro da una relazione matematica che prende il nome di **equazione di stato** del sistema. Inoltre, nella pratica è comunque possibile

<sup>13</sup>Il termine 'linea' è ovviamente sinonimo di 'curva'.

ottenere delle trasformazioni che approssimano molto bene una trasformazione quasistatica facendo avvenire il processo in maniera sufficientemente lenta (ad esempio aggiungendo o togliendo piccoli pesi, oppure della sabbia, dal piatto del pistone). In questo modo gli effetti transitori fra uno stato di equilibrio e l'altro sono molto meno marcati e il sistema può essere considerato istantaneamente (quasi) in equilibrio.

Le leggi della Termodinamica consentono di raggiungere conclusioni quantitative solo per quanto riguarda gli stati di equilibrio, fornendo relazioni tra le proprietà degli stati iniziale e finale di una trasformazione termodinamica.

Tra le trasformazioni quasistatiche hanno particolare rilievo quelle che avvengono in assenza di fenomeni dissipativi. In quest'ultimo caso si parla di **trasformazioni reversibili**, mentre quelle trasformazioni in cui entrano in gioco anche fenomeni di attrito sono **trasformazioni irreversibili**. I processi reversibili sono quei processi che pensati invertiti nel tempo costituiscono ancora processi che avvengono in natura. Trasformazioni che soddisfino rigorosamente a queste condizioni tuttavia non esistono: i processi che avvengono in natura sono tutti, in una qualche misura, processi irreversibili<sup>14</sup>. Le trasformazioni reversibili hanno una grande importanza concettuale, chiarita dal secondo principio della termodinamica.

### 2.3.4 Significato delle curve continue in Fisica

A questo punto della discussione a qualcuno potrebbe sorgere il dubbio che da qualche parte vi sia stato un 'imbroglio'. Mi spiego meglio. In laboratorio avete verificato le leggi di Gay-Lussac, per fissare le idee concentriamoci sulla prima:  $V = kT$ . Avete segnato su un piano [VT] dei punti, le cui coordinate erano i valori sperimentali di volume e temperatura per un dato stato di equilibrio dell'aria (il gas perfetto che stavate studiando) nel recipiente che la conteneva. Fra una presa di dati e l'altra avete aspettato che il sistema si portasse all'equilibrio. Alla fine avete visto che i punti stavano praticamente su una linea retta e li avete quindi uniti con una retta.

*Che significato hanno i punti di questa retta?* sono tutti punti di equilibrio del sistema, ma fra l'uno e l'altro il sistema non era in equilibrio. *Quindi?* quindi, tracciando quella retta, ovverosia, dicendo che  $V = kT$  qualunque siano gli stati di equilibrio considerati, avete rappresentato tramite un'equazione una legge fisica *sperimentale*.

In generale, quando i punti sperimentali (nel nostro caso le coppie di valori di

---

<sup>14</sup>Si pensi, ad esempio, alla rottura di un bicchiere che cade per terra. Il processo è irreversibile: non accade mai che dei cocci si riuniscano a formare il corpo intatto che si aveva inizialmente

V e T misurati in un esperimento) su un grafico (grafico sperimentale) sono sufficientemente fitti da delineare una curva continua, allora *la curva che li raccorda rappresenta il luogo dei punti in cui cadrebbero tutte le eventuali ulteriori osservazioni che potrebbero essere compiute* (osservazioni che, nel nostro caso, sono relative ad altri stati di equilibrio).

Questo fatto è espresso molto bene da G. Manuzio e G. Passatore nel primo volume del loro corso di fisica per le scuole superiori (rif. (7) della bibliografia):

Poiché il valore ricavato non è stato effettivamente misurato, ma solo dedotto dall'insieme delle altre misure eseguite, si dice che esso è stato **ricavato per interpolazione** dai valori misurati.

Il processo di interpolazione è particolarmente importante al fine di esprimere in linguaggio matematico la relazione tra due grandezze fisiche. Infatti, la linea che si costruisce interpolando tra i valori sperimentali rappresentati su un grafico può indicare in modo immediato, ad esempio nelle situazioni in cui si ha proporzionalità diretta o inversa, dipendenza quadratica ecc., il tipo di relazione matematica che intercorre tra i valori delle grandezze. [...] L'espressione matematica delle leggi fisiche si costruisce proprio in questo modo.

Quanti punti sperimentali occorre prendere di volta in volta?

È una preventiva analisi del fenomeno fisico quella che suggerisce quanto debbano essere fitti i dati affinché ne risulti un'informazione significativa e abbia senso un processo di interpolazione.

## 2.4 Deduzione dell'equazione di stato del gas ideale dai dati dell'esperienza

Si vuole ora dimostrare che, all'equilibrio, fra le variabili P, V e T di un gas perfetto sussiste la relazione:

$$\frac{PV}{T} = cost. \quad (6)$$

Ricordiamo innanzitutto le leggi dei gas perfetti:

$$\begin{aligned} \left(\frac{V}{T}\right)_P &= cost && \text{trasformazione quasistatica isobara} \\ \left(\frac{P}{T}\right)_V &= cost && \text{trasformazione quasistatica isocora} \\ (PV)_T &= cost && \text{trasformazione quasistatica isoterma} \end{aligned}$$

Come potete vedere le tre leggi contengono ognuna come variabili due dei tre parametri termodinamici, il terzo essendo mantenuto costante. È chiaro quindi che soltanto due fra le tre variabili termodinamiche sono indipendenti fra loro, ciò significa che è possibile trovare una relazione, che contenga tutte e tre le variabili

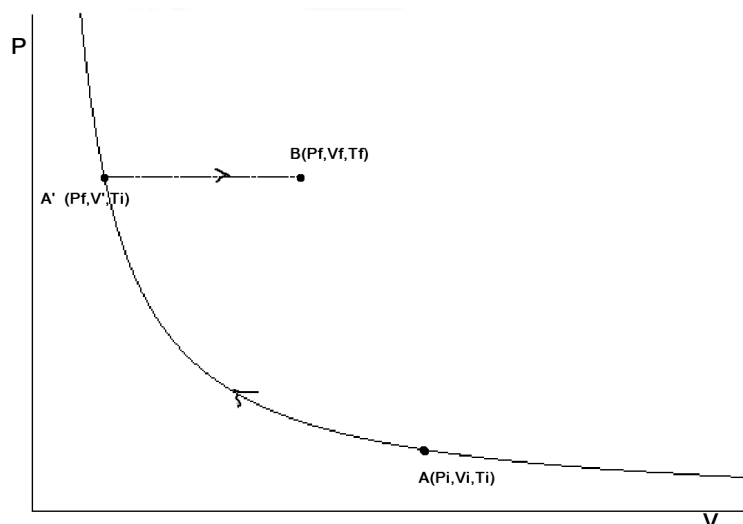


FIGURA 9: Grafico per la deduzione dell'equazione di stato di gas perfetto. Si è scelto di passare dallo stato iniziale A allo stato finale B operando una trasformazione isoterma da A ad A' seguita da una trasformazione isobara da A' a B.

P, V, e T, tale per cui noti i valori di due di esse la terza la si può ricavare in base a tale relazione.

La relazione che, all'equilibrio termodinamico, lega le variabili P, V e T di un gas perfetto è nota come **equazione di stato di gas ideale** (o legge dei gas perfetti - perché racchiude in sé le tre leggi):

$$\frac{PV}{T} = \text{cost.} \quad \text{precisamente:} \quad PV = nRT. \quad (7)$$

Per ottenere l'equazione (7) occorre legare le tre variabili termodinamiche. A questo scopo si può immaginare di far eseguire ad un gas perfetto una trasformazione termodinamica fra due generici stati di equilibrio A e B. Lo stato iniziale A sia identificato dai valori  $P_i$ ,  $V_i$  e  $T_i$ , mentre lo stato finale B dai valori  $P_f$ ,  $V_f$  e  $T_f$ , in genere diversi dai precedenti. Vi sono infiniti modi, infinite trasformazioni diverse, con cui si può portare il gas dallo stato A allo stato B, chiaramente però, per ricavare la relazione che ci interessa conviene scegliere una maniera semplice che ci permetta di utilizzare le equazioni di trasformazione che già conosciamo.

Supponiamo quindi di passare dallo stato A allo stato B attraverso una trasformazione intermedia isoterma che porta il gas dallo stato A ad uno stato A', identificato dai valori  $P_f$ ,  $V'$  e  $T_i$ , seguita da una trasformazione isobara che porti il sistema dallo stato A' allo stato B<sup>15</sup>. La coppia di trasformazioni successive è riportata in figura 9. Si avranno:

<sup>15</sup>Allo stesso risultato si giunge se, ad esempio, si opera prima una isocora da A ad A' (il punto A' sarà ovviamente diverso da quello del caso precedente) e poi una isobara da A' a B.

$$\begin{array}{ll}
\text{stato iniziale:} & A(P_i, V_i, T_i) \\
\text{stato intermedio:} & A'(P_f, V', T_i) \\
\text{stato finale:} & B(P_f, V_f, T_f)
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
A \longrightarrow A' \quad (P_i V_i)_{T_i} = (P_f V')_{T_i} \\
A' \longrightarrow B \quad \left(\frac{T_i}{T_f}\right)_{P_f} = \left(\frac{V'}{V_f}\right)_{P_f}
\end{array}$$

Dividendo membro a membro le due uguaglianze precedenti e raccogliendo a primo membro le variabili termodinamiche dello stato A e a secondo membro quelle dello stato B, si ottiene:

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}. \quad (8)$$

Poiché gli stati estremi sono stati scelti arbitrariamente, ciò significa che **la quantità PV/T ha sempre lo stesso valore in ogni stato di equilibrio termodinamico di un gas**:  $PV/T = \text{cost.}$

Affinché l'equazione  $PV/T = \text{cost.}$  sia valida qualunque sia il gas considerato è necessario che il valore numerico della costante che in essa compare sia lo stesso per ogni gas, indipendentemente dalla natura chimica di questo, e con la sola condizione che esso abbia comportamento ideale. Ebbene, si verifica sperimentalmente che a  $0^\circ\text{C}$  e alla pressione di  $1\text{atm}$ <sup>16</sup> una mole di una qualsivoglia specie gassosa occupa sempre un volume (*volume molare*) di 22,414l.

Indicando con  $P_0, V_0, T_0$  le variabili termodinamiche in condizioni normali, e riferendo l'equazione ad  $n$  moli di gas ideale (il volume di una massa di  $n$  moli in C.N. è  $nV_0$ ), si ottiene:

$$\begin{aligned}
\frac{PV}{T} &= n \frac{P_0 V_0}{T_0} = n \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{Pa} \cdot 22,414 \cdot 10^{-3} \text{m}^3/\text{mol}}{273,15 \text{K}} \\
&= n \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} = nR
\end{aligned} \quad (9)$$

ossia

$$\boxed{PV = nRT} \quad \text{legge dei gas perfetti (riferita a n moli)} \quad (10)$$

dove si è posto

$$R := \left(\frac{P_0 V_0}{T_0}\right)_{\text{C.N.}} \simeq 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \quad (11)$$

**costante universale dei gas perfetti.**

Poiché  $n = N/N_A$ , dove  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$  è il numero di Avogadro, ponendo  $k = R/N_A$  si può anche scrivere:

$$PV = NkRT. \quad (12)$$

<sup>16</sup>Ossia a  $T = 273,15\text{K}$  e  $1,013 \cdot 10^5 \text{Pa}$ , condizioni di temperatura e di pressione che vengono indicate come *condizioni normali*, e abbreviate C.N.

La costante

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31J/molK}{6,022 \cdot 10^{23}mol^{-1}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \quad (13)$$

è nota come **costante di Boltzmann**.

Riepilogando: nell'equazione (7),

- $P$  è la pressione del gas (misurata in  $Pa \equiv N/m^2$ );
- $V$  è il volume della massa di gas considerata (in  $m^3$ );
- $T$  è la temperatura assoluta del gas (in  $K$ );
- $n$  è il numero di moli del gas, cioè il rapporto tra il numero  $N$  di atomi o molecole da cui il gas è costituito e il numero di Avogadro  $N_0 = 6,022 \cdot 10^{23}mol^{-1}$ :

$$n = \frac{N}{N_0};$$

- $R$  è una costante, chiamata **costante dei gas**, che vale:

$$R \simeq 8,31 \frac{J}{molK}.$$

#### Esempio numerico (12)

Un cilindro contenente 100litri ( $\equiv 1,00 \cdot 10^{-1}m^3$ ) di ossigeno alla temperatura di  $20^\circ C (\cong 293K)$  e alla pressione di  $15atm (\cong 1,5 \cdot 10^6 Pa)$  viene compresso, abbassando il pistone del cilindro, sino ad occupare un volume di  $80l (\equiv 8,0 \cdot 10^{-2}m^3)$  e si constata che la temperatura sale a  $25^\circ C (\cong 298K)$ . Qual è la pressione finale del gas, supponendo che l'ossigeno in queste condizioni si comporti come un gas perfetto?

$$P_f = \left(\frac{T_f}{V_f}\right) \left(\frac{P_i V_i}{T_i}\right) = \left(\frac{298K}{80l}\right) \left(\frac{15atm \cdot 100l}{293K}\right) = 19atm \cong 19 \cdot 10^5 Pa$$

#### OSSERVAZIONI

L'equazione di stato di gas ideale, essendo stata ricavata dalle leggi dei gas perfetti è ad essa equivalente, nel senso che le contiene tutte e tre. Infatti, da

$$\frac{PV}{T} = cost. \quad (14)$$

si vede subito che:

- se  $P = cost.$  allora  $V/T = cost.$ ;
- se  $V = cost.$  allora  $P/T = cost.$ ;

- se  $T = \text{cost.}$  allora  $PV = \text{cost.}$

Pertanto, basta che uno si ricorda l'equazione (14) che subito è in grado di dire quali siano le tre leggi dei gas perfetti!

Si noti che, come già detto, abbiamo potuto affermare che l'equazione (7) è valida qualunque sia il gas ideale grazie al fatto che: *per un gas ideale, nelle stesse condizioni di pressione e temperatura, il volume è proporzionale al numero di moli (dunque alla massa)* (in particolare, in C.N. una mole di gas perfetto occupa 22,414litri). Questa legge sperimentale è nota come **legge di Avogadro**.

Poiché l'equazione del gas ideale è stata ricavata a partire, fra l'altro, dalla conoscenza della legge di Avogadro, è chiaro che nell'eq. (7) è implicita la legge di Avogadro di stessa. Infatti, riordinando i termini si ha:

$$V = nR\frac{T}{P}, \quad (15)$$

ossia:

- *per un gas ideale (e, a condizioni ambiente, approssimativamente anche per i gas reali), nelle stesse condizioni di  $T$  e  $P$ , il volume è proporzionale al numero di moli (dunque alla massa);*
- *volumi uguali di uno stesso gas o di gas diversi nelle stesse condizioni di temperatura e pressione contengono un ugual numero di molecole (e, viceversa, un ugual numero di molecole... occupa lo stesso volume).*

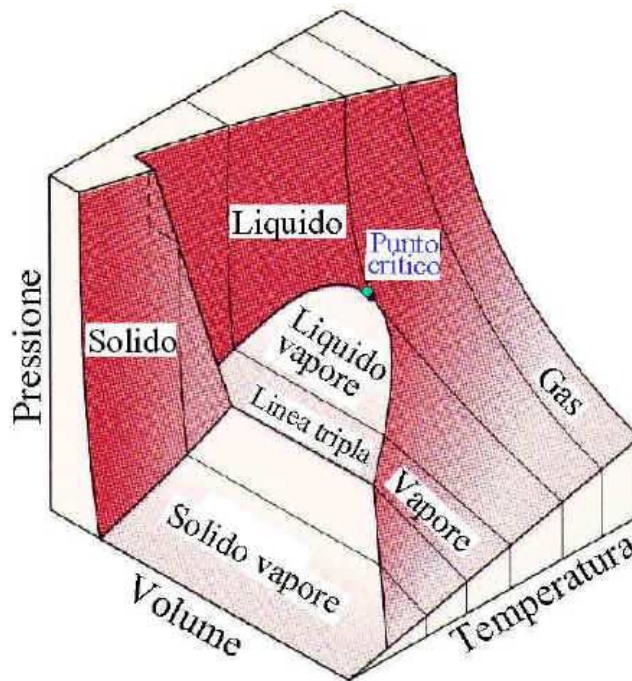


FIGURA 10: Immagine tratta da [http://science.unitn.it/~fisica1/fisica1/appunti/termo/cap\\_2/cap\\_2\\_6.htm](http://science.unitn.it/~fisica1/fisica1/appunti/termo/cap_2/cap_2_6.htm).

#### 2.4.1 Approfondimento. L'equazione di stato di una sostanza

Questa parte delle dispense è dedicata ai più curiosi che desiderassero approfondire l'argomento *equazione di stato*.

Per completezza di discorso va detto che pressione, volume e temperatura sono sempre fra loro dipendenti, qualunque sia il corpo considerato e non soltanto nel caso particolare di gas perfetto. Ad esempio, il volume di un corpo (non soggetto a mutazione chimica, né a cambiamento di stato) può essere influenzato sia dalla pressione cui il corpo è soggetto (**compressibilità**), sia dalla temperatura del corpo (**dilatazione termica**). Ma fissati questi due parametri, la temperatura e la pressione, il volume di un corpo risulta fissato. Le variabili di stato termodinamiche  $P, V$  e  $T$  sono dunque legate fra loro in base ad una relazione che costituisce l'**equazione di stato del sistema**.

In forma implicita l'equazione di stato è del tipo  $F(P, V, T) = 0$ . Gli stati (di equilibrio) di un sistema termodinamico sono dunque rappresentabili mediante i punti di una superficie nello spazio cartesiano  $(P, V, T)$  (si veda la figura 10). Ciascuna delle tre variabili  $P, V, T$  si può considerare come funzione delle altre due, perciò, esplicitando l'equazione di stato rispetto a due delle tre variabili  $P, V, T$  questa può essere espressa secondo una delle seguenti equazioni (equivalenti fra

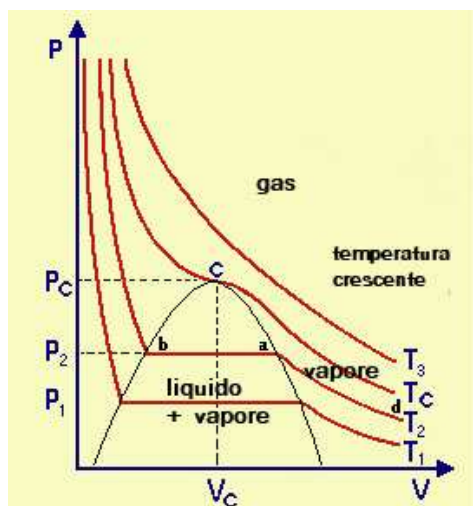


FIGURA 11: Isoterme di una sostanza chimicamente pura.

loro ed equivalenti all'equazione implicita  $F(P, V, T) = 0$ ):

$$P = P(V, T); \quad V = V(T, P); \quad T = T(P, V). \quad (16)$$

Preso una coppia di valori per due delle tre variabili di stato, la terza risulta determinata dall'equazione di stato.

Di solito si considerano corpi omogenei, nel qual caso l'equazione di stato vale per qualsiasi campione prelevato del corpo. Pertanto, spesso si riferisce l'equazione di stato non tanto al corpo quanto al materiale, o sostanza, da cui esso è costituito: si parla, così, di equazione di stato dell'acqua, di un gas, di un elemento o di un composto chimico, ecc.

La relazione che connette le variabili  $P, V, T$  è caratteristica di ciascuna sostanza e la distingue da ogni altra; essa deve essere determinata sperimentalmente. La conoscenza della struttura molecolare del sistema può aiutare a trovare modelli teorici dell'equazione di stato, che siano in accordo con i dati sperimentali. Per ogni sostanza si può costruire un grafico dell'equazione di stato proiettando su un piano la superficie  $F(P, V, T) = 0$ . Se il piano di proiezione è il piano  $[P, V]$ , si riportano su di esso le diverse curve che si ottengono, per diversi valori della temperatura, intersecando la superficie  $F(P, V, T) = 0$  con piani a esso paralleli. Si ottiene così una rappresentazione bidimensionale del grafico dell'equazione di stato. Sul piano  $[P, V]$  si ha un insieme di curve di equazione  $P = P(V)$ , una per ogni valore fissato della temperatura  $T$ . Tali curve vengono dette **curve isoterme** perché rappresentano stati tutti alla stessa temperatura (dal greco *isos* = uguale).

In figura 11 è mostrato un grafico tipico rappresentante le isoterme di una sostanza chimicamente pura. Le isoterme che presentano tratti orizzontali indicano

il fatto che, all'equilibrio, le trasformazioni di fase liquido-gas, solido-gas, solido-liquido, avvengono a temperatura e pressione costanti; varia, ovviamente, il volume poiché si ha una graduale trasformazione di una fase nell'altra (per es. liquido in vapore). Esiste un particolare tratto orizzontale di isoterma, detto *linea tripla*, lungo la quale coesistono tutte e tre le fasi della sostanza. I valori di pressione e temperatura ad essa corrispondenti vengono chiamati *pressione tripla*  $P_{Tr}$  e *temperatura tripla*  $T_{Tr}$ .

Una isoterma notevole è quella che presenta un flesso con tangente orizzontale (la curva passante per il punto C in figura); si tratta dell'isoterma oltre la quale non c'è più distinzione tra liquido e gas, *oltre la quale la sostanza è tutta allo stato gassoso*. Essa si chiama **isoterma critica** ed il punto di flesso ha il nome di **punto critico**, esso è individuato da tre valori caratteristici di P,V e T per ogni sostanza omogenea e pura, detti *pressione critica*  $P_c$ , *volume critico*  $V_c$  e **temperatura critica**  $T_c$  (4).

Va detto che non è possibile condensare in un'unica equazione il complesso delle proprietà espresse dall'insieme delle curve considerate in figura 11, il che significa che le equazioni di stato presentano un andamento sperimentale non rappresentabile con funzioni analitiche semplici. È però possibile costruire formule che esprimano queste proprietà limitatamente alle situazioni in cui la sostanza è tutta in uno stesso stato di aggregazione (solido, liquido o aeriforme). Sussistono cioè, per una medesima sostanza, relazioni differenti fra i parametri P,V,T, a seconda dello stato di aggregazione (solido, liquido o aeriforme) in cui la sostanza si trova: l'equazione di stato descrive l'equilibrio del sistema entro un intervallo definito di valori delle variabili di stato; se cambia lo stato di aggregazione del sistema, se per esempio si ha un cambiamento di fase come la fusione, cambia la forma dell'equazione di stato.

L'equazione di stato di forma analitica più semplice è quella di gas perfetto. Nella realtà, a causa delle interazioni molecolari, i gas non soddisfano esattamente la legge di gas perfetto. Per i gas reali o, più in generale, per gli aeriformi, sussiste una relazione abbastanza semplice, nota come **equazione di van der Waals**<sup>17</sup> (figura 12).

Per quanto riguarda invece gli stati in cui la sostanza è **liquida o solida**, se ci si limita, come solitamente si fa, a cercare relazioni tra volume, pressione e temperatura per intervalli limitati di escursione di questi parametri attorno a valori

---

<sup>17</sup>Deve il suo nome al fisico olandese Johannes Diderik van der Waals (1837-1923), che la propose in un lavoro del 1873 (*Sulla continuità dello stato liquido e gassoso*), e per la formulazione della quale fu insignito del premio Nobel per la fisica nel 1910.

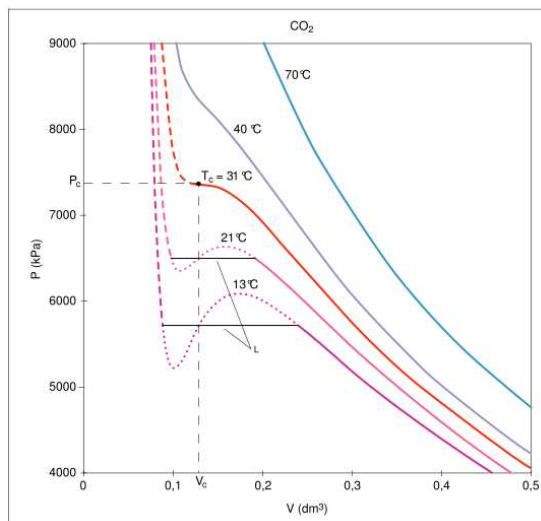


FIGURA 12: Isotherme di van der Waals per la  $CO_2$  (figura tratta da <http://it.wikipedia.org/>).

di riferimento  $V_0, P_0$  e  $T_0$ , l'equazione di stato assume la forma semplice:

$$V = V_0 [1 + \alpha' (T - T_0) + \beta' (P - P_0)] \quad (17)$$

Tale relazione viene generalmente scritta nella forma:

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \alpha (T - T_0) - \beta (P - P_0) \quad (18)$$

per evidenziare che, con le limitazioni poste, le variazioni di volume del materiale sono proporzionali sia alle variazioni della temperatura, sia alle variazioni della pressione.

Il coefficiente  $\alpha$  si chiama **coefficiente di dilatazione termica del materiale**; il coefficiente  $\beta$  è il **coefficiente di compressibilità**, il segno meno davanti ad esso esprime il fatto che, aumentando la pressione a temperatura costante, il volume diminuisce. Il valore di questi due coefficienti va determinato sperimentalmente per ciascun materiale e dipende, in generale, dalla pressione e dalla temperatura: per i materiali solidi e liquidi essi dipendono molto più fortemente dalla temperatura che dalla pressione, per cui la dipendenza dalla pressione è spesso trascurata.

Conoscere i coefficienti di dilatazione termica e di compressibilità significa dunque conoscere l'equazione di stato del materiale nell'intervallo di valori in cui la relazione (18) è valida.

## 2.5 Appendice lez.2. Il centro di massa di un corpo

Vi ricordo cosa si intende per **centro di massa** di un corpo. Consideriamo prima il caso di due particelle materiali, di massa  $m_A$  e  $m_B$  poste, per semplicità, sull'asse  $x$  di un sistema di assi cartesiani, l'una a distanza  $x_A$  dall'origine, l'altra a distanza  $x_B$ . Il centro di massa del sistema formato dalle due particelle è quel punto dello spazio avente coordinate

$$x_{\text{CM}} = \frac{m_a x_a + m_b x_b}{m_a + m_b}, \quad y_{\text{CM}} = 0, \quad z_{\text{CM}} = 0. \quad (19)$$

Notate che se  $m_A = m_B$  allora il centro di massa ha ascissa

$$x_{\text{CM}} = \frac{x_a + x_b}{2}, \quad (20)$$

punto medio del segmento  $AB$ .

La definizione può essere estesa ad un numero qualsiasi di particelle, diciamo  $N$ , ciascuna in un punto dello spazio che indichiamo con un vettore  $\vec{r}_i$  di coordinate  $(x_i, y_i, z_i)$ . In questo caso il vettore che indica la posizione del centro di massa è:

$$r_{\text{CM}} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N} \quad (21)$$

(il denominatore è semplicemente la massa totale del sistema di  $N$  particelle).

Formule analoghe possono essere trovate anche per corpi estesi, di densità  $\rho$ . In particolare, nel caso di corpi dotati di un centro di simmetria, il centro di massa del corpo coincide con il suo centro di simmetria. Quando si ha a che fare con fenomeni che implicano la gravità, il centro di massa di un corpo coincide con il suo **baricentro**.

Si può dimostrare che il centro di massa di un corpo gode di semplici proprietà dinamiche: *il centro di massa di un sistema di corpi, o di un corpo esteso, si muove sempre come un corpo puntiforme di massa la massa totale del sistema e sul quale agisce la risultante delle forze esterne al sistema*. Da questo fatto segue che il moto (traslatorio) di un corpo rigido può essere descritto unicamente in termini del moto del suo centro di massa.

Si pensi, ad esempio, al tuffo di un nuotatore dal trampolino: il suo centro di massa è un punto (geometrico, ovviamente...) che si trova sulla linea ideale che divide il nuotatore a metà dalla testa ai piedi, più o meno all'altezza dello sterno. Ebbene, qualunque movimento il nuotatore compia durante il tuffo, il moto del suo centro di massa è semplicemente quello di una particella avente la massa del nuotatore e lanciata con la stessa sua velocità iniziale: durante il tuffo il centro di massa descrive una traiettoria parabolica.

### 3 LEZIONI N.3 E 4: gio. 16.11 e lun. 20.11.2006

#### 3.1 Lavoro in una compressione o in un'espansione di un sistema PVT

Abbiamo detto che il nostro scopo principale è quello di studiare gli scambi energetici fra un sistema termodinamico e l'ambiente circostante. Cominciamo con il caso in cui possa essere effettuato lavoro meccanico da o sul sistema attraverso variazioni di volume.

Consideriamo il caso semplice di una massa fissata di gas perfetto contenuta nel solito cilindro con pistone. La superficie di confine del sistema termodinamico gas è costituita dalle pareti del cilindro e dal pistone. Per il momento non facciamo ipotesi particolari sulle pareti, il che vuol dire che queste potranno indifferentemente essere adiabatiche o diatermiche (ossia isolanti o conduttrici del calore), scabre o lisce (ossia con o senza attrito). **Supponiamo soltanto che il pistone non sia fisso ma mobile**, il pistone può pertanto eseguire uno spostamento sotto l'azione di una forza: **può essere compiuto un lavoro da o sul sistema**.

Per esempio, se *il gas si espande* (= aumenta il suo volume) allora il pistone si sposta verso l'alto: *il gas ha compiuto lavoro positivo sull'esterno*. Se invece dall'esterno il pistone viene spostato verso il basso *il gas viene compresso* (= diminuisce il suo volume): *dall'esterno è stato compiuto un lavoro positivo sul gas*. In entrambi i casi si è avuto attraverso la superficie di confine uno scambio energetico fra il sistema (il gas) e l'ambiente circostante.

##### 3.1.1 Lavoro dovuto a forze di pressione

Chiariamo innanzitutto cosa si intende per lavoro effettuato o subito da un sistema termodinamico. Voi sapete che il lavoro è sempre il risultato di una forza che agisce per una certa distanza. Si compie ad esempio lavoro quando il centro di massa di un corpo subisce un'accelerazione. Si pensi alla forza di gravità agente su un corpo che cade a terra da un'altezza  $h$ : il lavoro effettuato dalla forza di gravità è  $L = \vec{F} \cdot \vec{s} = mgh$ , positivo perché lo spostamento è, nel caso di una caduta, concorde alla forza.

Ma che cosa accade ad esempio quando si gonfia un pneumatico? Il suo centro di massa non viene spostato apprezzabilmente, è tuttavia evidente che per espandere il volume del pneumatico vincendo la forza di resistenza opposta della gomma, la pressione dell'aria all'interno deve compiere un certo lavoro. Infatti, quando una forza agisce non su una singola massa puntiforme (eventualmente centro di massa

di un corpo rigido) ma su un sistema comprimibile, il lavoro deve essere calcolato considerando le forze ed i relativi spostamenti lungo tutto il bordo del sistema. In pratica, vi sto facendo osservare che si ha a che fare con forze di pressione, ossia con termini della forma  $F = PS$ , dove con la lettera S si è indicata la superficie su cui la pressione P agisce.

### 3.1.2 Lavoro in condizioni di quasistaticità

Fatte queste osservazioni, ci chiediamo qual è, ad esempio, il lavoro netto quando il pistone viene abbassato di un tratto  $\Delta h$ . In generale non è facile effettuare questo calcolo senza fare delle ipotesi supplementari. Vi sono almeno due problemi. Le forze esterne determinano sul pistone una pressione  $P_e$  e il lavoro effettuato sul gas è quindi  $L_e = P_e S \Delta h = P_e \Delta V$ , dove  $\Delta V$  è la variazione di volume del gas. Non è tuttavia sempre possibile determinare il valore di questo lavoro, potrebbero infatti essere presenti forze di attrito, difficili da valutare e di entità non trascurabile, che entrano nel calcolo della pressione esterna. D'altra parte, se la compressione non avviene lentamente il gas all'interno del cilindro accelera (intendo il centro di massa del gas), per cui durante il processo di compressione esso non è in equilibrio termodinamico, dunque la pressione al suo interno non è uniforme. Ne segue che, se anche fossimo in grado di calcolare il lavoro effettuato dalle forze esterne sul gas, non sapremmo calcolare il lavoro effettuato dal gas sull'ambiente esterno.

Entrambi questi problemi vengono superati se si suppone di muovere il pistone così lentamente che il gas sia in ogni istante in equilibrio meccanico con l'esterno, ossia in modo tale che in ogni istante la forza totale applicata sul pistone dall'esterno sia equilibrata dalla forza di pressione esercitata dal gas sulla faccia interna del pistone. Be' ovviamente... *quasi* in equilibrio, altrimenti il pistone rimarrebbe fermo! Ciò significa che il centro di massa del sistema (del gas) è considerato stazionario o, meglio, in moto *quasistatico*, così da realizzare una trasformazione termodinamica quasistatica durante la quale il gas passa da un volume iniziale  $V_i$  ad un volume finale  $V_f$ .

Tutto ciò sembra artificioso? Be' abbiamo detto che le considerazioni fatte sul nostro cilindro sono utili per ricavare in maniera semplice risultati di validità generale. In questo caso ci serviamo della schematizzazione gas-cilindro-pistone per sapere che cosa accade quando il moto del centro di massa del sistema-gas può considerarsi praticamente fermo durante un processo di compressione o espansione del gas. Questo è quanto accade in molti processi reali: oltre al già citato gonfiaggio di un pneumatico, ricordiamo la propagazione delle onde sonore, la quale avviene attraverso rarefazioni e compressioni successive degli strati d'aria investiti dall'onda

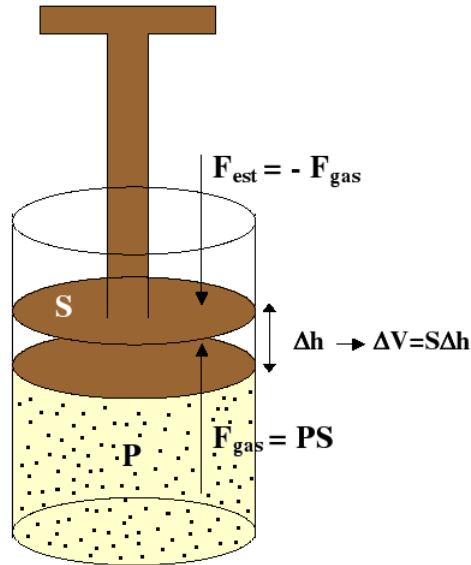


FIGURA 13: Gas che subisce un'espansione o una compressione, con il pistone che si sposta di un tratto  $\Delta h$  in condizioni di quasistaticità.

(in questo caso il processo è quasistatico in virtù della sua rapidità).

### Calcolo del lavoro meccanico

All'equilibrio termodinamico lo stato del gas è caratterizzato da certi valori,  $P, V, T$ , dei suoi parametri termodinamici. In particolare, la pressione  $P$  del gas equilibra la pressione esterna (pressione atmosferica, più la pressione dovuta, ad esempio, alla massa del pistone, a eventuali pesetti sul pistone e ad altre forze esterne applicate).

Tanto per fissare le idee, supponiamo che il gas si espanda spostando verso l'alto il pistone di un tratto  $\Delta h$  (si veda la figura 13). Il gas esercita una forza di pressione sulla faccia interna del pistone, questa forza è perpendicolare alla faccia e premente, ossia rivolta verso la faccia stessa (verso l'altro in figura), e vale  $F = PS$ .

Comunque io realizzi l'espansione (applicando una forza dall'esterno per sollevare il pistone, con o senza attriti fra il pistone e le pareti, oppure scaldando il gas...), se impongo la condizione che in ogni istante il sistema sia (quasi) in equilibrio meccanico (e termico) con l'esterno, ossia che la forza esterna differisca di poco dalla forza esercitata dal gas, la pressione  $P$  del gas equilibra la pressione esterna, per cui ad uno spostamento  $\Delta h$  corrisponde un lavoro

$$\Delta L_{gas} = PS\Delta h = P\Delta V = -\Delta L_e, \quad (22)$$

dove  $\Delta V \equiv V_f - V_i$  è la variazione di volume subita dal gas. Nel caso di un'espansione lo spostamento è nello stesso verso della forza di pressione, il volume aumenta e il gas effettua un lavoro positivo sull'esterno. È chiaro che nell'ipotesi

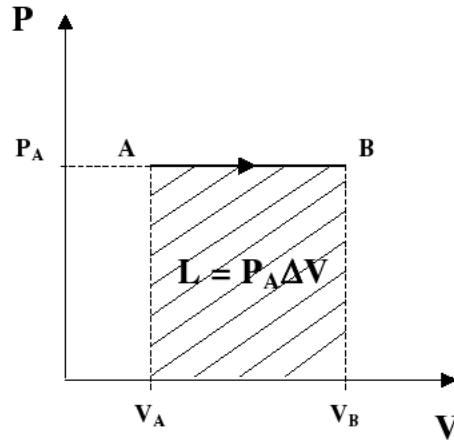


FIGURA 14: Lavoro effettuato in una espansione isobara quasistatica.

di quasistaticità il lavoro effettuato dal gas sull'ambiente esterno è uguale, ma di segno contrario, al lavoro effettuato dall'ambiente esterno sul gas (che ho indicato come  $L_e$ ).

Ovviamente, quando il volume varia varia anche la pressione. Tuttavia, se la variazione di volume è molto minore del volume totale ( $\Delta V \ll V$ ), la variazione di pressione è trascurabile rispetto alla pressione iniziale ( $\Delta p \ll p$ ), cosicché si può considerare costante la pressione con buona approssimazione. *Ma allora quello che ho calcolato è un lavoro 'infinitesimo', molto piccolo. Che me ne faccio? In effetti quello che a me interessa è il lavoro in corrispondenza di una variazione apprezzabile del volume, ma allora per calcolare questo lavoro devo tenere conto di come la pressione varia con il volume!* Che fare? Be' ragioniamo per gradi.

### 3.1.3 Lavoro come area

Consideriamo prima di tutto il caso semplice di una **trasformazione isobara** (figura 14). In questo caso, essendo la pressione costante, il lavoro effettuato dal gas quando il suo volume varia di  $\Delta V$  è proprio il prodotto della pressione  $P$  per la variazione di volume:

$$\boxed{L_{gas} = P\Delta V} \quad \text{lavoro a } P = \text{cost.} \quad (23)$$

Chiaramente, se il gas si espande ( $V_f > V_i$ ) il suo volume aumenta,  $\Delta V > 0$ , e il lavoro effettuato contro il pistone è positivo (come d'altra parte ci aspettavamo dal fatto che lo spostamento del pistone è, in questo caso, concorde con la forza di pressione del gas). Se, invece, il gas viene compresso ( $V_f < V_i$ ) il suo volume diminuisce,  $\Delta V < 0$ , e il lavoro effettuato contro il pistone è negativo (e, infatti, lo spostamento del pistone è, stavolta, in verso opposto alla forza di pressione del

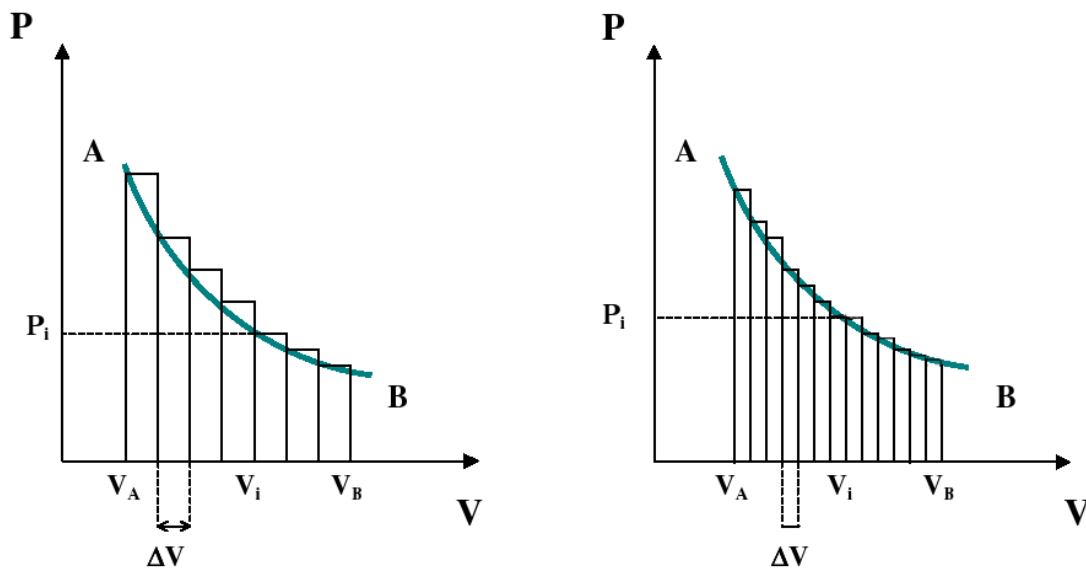


FIGURA 15: Due diversi valori approssimati per il lavoro effettuato in una espansione quasistatica fra due generici stati di equilibrio A e B.

gas). In figura 14 è mostrato un processo di espansione isobara di un gas dal volume iniziale  $V_A$  al volume finale  $V_B$ . La freccia indica appunto che il sistema ha subito una trasformazione dallo stato A allo stato B. Il lavoro è quindi

$$L_{AB} = P_A(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A), \quad (24)$$

dove nell'ultimo passaggio si è tenuto conto che, avendo a che fare con un gas perfetto, la relazione fra pressione, volume e temperatura è data dall'equazione di stato  $PV = nRT$ . Per rappresentare una compressione isobara dal volume  $V_B$  al volume  $V_A$  basta invertire il senso della freccia. Nel primo caso il lavoro effettuato dal gas è positivo e risulta pari all'area del rettangolo di lati  $P_A$  e  $(V_B - V_A)$ ; nel secondo caso il lavoro è identico ma cambiato di segno.

**E se la pressione varia?** Ad esempio, nel caso di una **espansione isoterma** la pressione varia con il volume secondo la legge  $P = \frac{1}{V}$ . In questo caso occorre sommare tanti lavori 'infinitesimi'. Mi spiego meglio. Si può arrivare ad avere la variazione di volume  $(V_B - V_A)$  effettuando, a partire da  $V_A$ ,  $N$  espansioni successive molto piccole, ossia di una quantità  $\Delta V \equiv (V_B - V_A)/N$ , con  $N$  sufficientemente grande (qui  $\Delta V$  non indica, ovviamente  $V_B - V_A$  ma, appunto un  $\Delta V \ll V$ ; si veda la figura 15). La pressione del gas assume un valore praticamente costante in tutti questi intervallini infinitesimi, molto piccoli,  $\Delta V$ . Il valore della pressione è costante in  $\Delta V$ , ma è diverso in ciascun intervallino, è infatti  $P = P(V)$  (ossia  $P$  varia con  $V$ , è funzione di  $V$ ). Consideriamo quindi come valore costante, ad esempio, il valore assunto dalla pressione nel primo estremo di ciascun intervallino  $\Delta V$ .

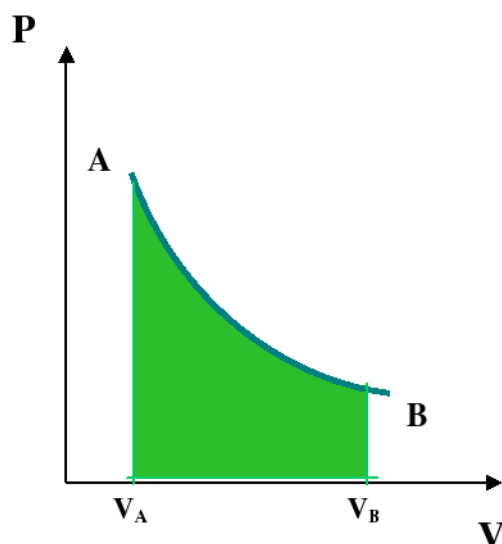


FIGURA 16: Lavoro effettuato in una espansione quasistatica da un generico stato di equilibrio iniziale A ad uno stato di equilibrio finale B: valore esatto dato dall'area sottesa dalla curva.

L'estremo superiore dell'intervallino  $i$ -esimo lo posso indicare con la lettera  $V_i$ ; si hanno pertanto  $N$  diversi valori  $V_i$ : per  $i = 1$ ,  $V_1 = V_A$ ; per  $i = 2$ ,  $V_2 = V_A + \Delta V$ ; per  $i = 3$ ,  $V_3 = V_2 + \Delta V$ ; ...; per  $i = N$ ,  $V_N = V_B$ .

In corrispondenza di ciascun intervallino si avrà un lavoro infinitesimo  $\Delta L_i = P(V_i)\Delta V$ , diverso per ciascun intervallino perché, abbiamo detto, diverso è il valore della pressione. In figura 15 ciascun lavoro infinitesimo è rappresentato dall'area del rettangolo corrispondente ad un valore  $P(V_i)$  della pressione. **Un valore approssimato del lavoro totale compiuto dal gas nell'espandersi dal volume  $V_A$  al volume  $V_B$  lo si ottiene sommando tutti gli  $N$  lavori infinitesimi  $\Delta L_i$ :**

$$L = \sum_{i=1}^N P(V_i)\Delta V, \quad (25)$$

che graficamente è rappresentato dall'area complessiva di tutti i rettangoli in figura.

È chiaro che più piccolo si prende l'intervallino  $\Delta V$  (più grande è  $N$ ), più stretti sono i rettangolini, e migliore è l'approssimazione che si ottiene (figura 15). Il procedimento che vi ho descritto è, a grandi linee, quello che effettivamente viene seguito per calcolare il lavoro attraverso un procedimento numerico-computazionale, ossia tramite un algoritmo al computer. **Il valore esatto lo si ottiene però attraverso il procedimento matematico dell'integrazione**, che vedrete l'anno prossimo; in simboli, il lavoro è dato dall'integrale:

$$L = \int_{V_i}^{V_f} P(V)dV, \quad (26)$$

che rappresenta l'area sottesa (che 'sta sotto') dalla curva in figura, ossia l'area delimitata dalla curva, dal segmento  $(V_B - V_A)$  e dai segmenti paralleli all'asse P passanti per  $V_A$  e per  $V_B$  (figura 16).

Ovviamente il lavoro è sempre calcolabile tramite l'integrale di cui all'equazione (26), del cui calcolo non si può fare a meno nel caso di aree 'curvilinee'. Ad esempio occorre calcolare un integrale per ottenere il lavoro nel caso di una espansione isoterma, calcolo che quindi vi risparmierò<sup>18</sup>. Vi sono tuttavia alcuni casi semplici, quale quello di una trasformazione isobara, in cui non è necessario saper valutare un integrale per calcolare il lavoro. Nel prossimo paragrafo vedremo altri esempi di calcolo del lavoro senza utilizzare l'integrazione.

Si noti, infine, che sebbene abbiamo fin qui parlato di lavoro effettuato dal gas nel cilindro, le relazioni che abbiamo ricavato valgono qualunque sia la forma del contenitore.

### 3.2 Il lavoro dipende dal percorso

Supponiamo che il gas perfetto nel cilindro subisca una trasformazione termodinamica che lo porta da un generico stato di equilibrio termodinamico  $A(P_A, V_A, T_A)$  ad un nuovo stato di equilibrio termodinamico  $B(P_B, V_B, T_B)$ . Il sistema (il gas) può essere portato dallo stato A allo stato B in un'infinità di modi possibili, scegliamone alcuni particolarmente semplici.

Mi riferisco ai tre diversi processi in figura 17: in quello 'rosso' il sistema subisce dapprima una trasformazione isobara da A ad A', poi una trasformazione isocora da A' a B; in quello 'blu' subisce prima una trasformazione isocora da A ad A'', poi una trasformazione isobara da A'' a B; infine, nel processo 'verde' il sistema passa direttamente dallo stato A allo stato B, attraverso una trasformazione in cui variano contemporaneamente tutti e tre i parametri termodinamici.

Calcoliamo il lavoro compiuto dal gas in questi tre processi. Ricordiamo che il lavoro durante un'espansione o una compressione isobara è

$$L_{gas} = P\Delta V = P(V_f - V_i); \quad (27)$$

mentre nel caso di in una trasformazione isocora, per definizione, non può esserci espansione o compressione dunque il sistema non compie lavoro durante un processo a volume costante.

---

<sup>18</sup>Per i più curiosi: si calcola che il lavoro compiuto da un gas perfetto quando il suo volume varia da un valore iniziale  $V_i$  ad un valore finale  $V_f$ , a temperatura costante, è  $L = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$ , dove  $\ln(x)$  indica la funzione logaritmo naturale di  $x$ .

**Lavoro nel processo 'rosso' (AA'B) :**

Il lavoro totale è la somma dei lavori nelle successive due trasformazioni termodinamiche. Nell'isobara da A ad A' il lavoro è

$$L_{gas} = P_A(V_B - V_A), \quad (28)$$

ma questo è anche il lavoro complessivo, visto che la trasformazione successiva, quella da A' a B, è una trasformazione isocora.

**Lavoro nel processo 'blu' (AA''B) :**

Nell'isocora da A ad A'' il gas non può compiere lavoro, mentre nell'isobara da A'' a B il lavoro è

$$L_{gas} = P_B(V_B - V_A), \quad (29)$$

ma questo è anche il lavoro complessivo, visto che la trasformazione successiva, quella da A' a B è una trasformazione isocora. Si noti che questo lavoro è positivo, come il precedente, visto che si tratta di una espansione, ma è minore del lavoro effettuato dal gas nel processo AA'B. Il lavoro nei due processi è dato graficamente, come area, in figura 18.

**Lavoro nel processo 'verde' (AB) :**

Per calcolare il lavoro in questo caso occorre riferirsi alla figura 19 a). Il lavoro è sempre dato dall'area sotto la curva. È quindi facile verificare che in questo caso si ha:

$$L_{gas} = P_B(V_B - V_A) + \frac{1}{2}(P_A - P_B)(V_B - V_A), \quad (30)$$

che è un valore maggiore del precedente ma minore di quello ricavato nel primo processo.

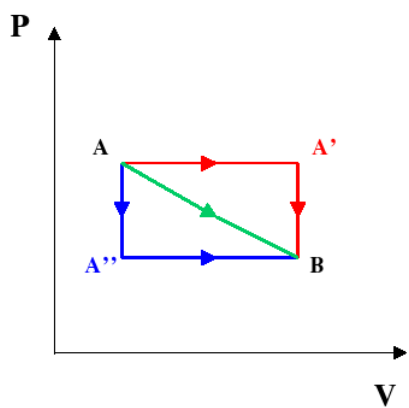


FIGURA 17: Tre diversi processi che portano il sistema dalla stato di equilibrio termodinamico A allo stato di equilibrio termodinamico B.

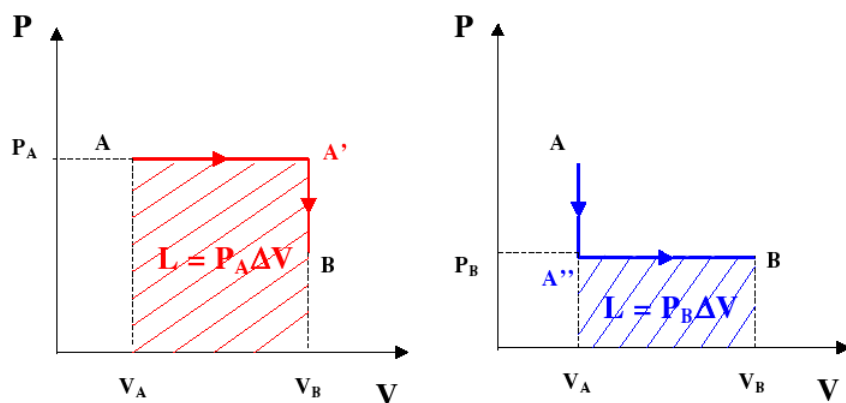


FIGURA 18: a) Lavoro effettuato nel processo AA'B. b) Lavoro effettuato nel processo AA''B.

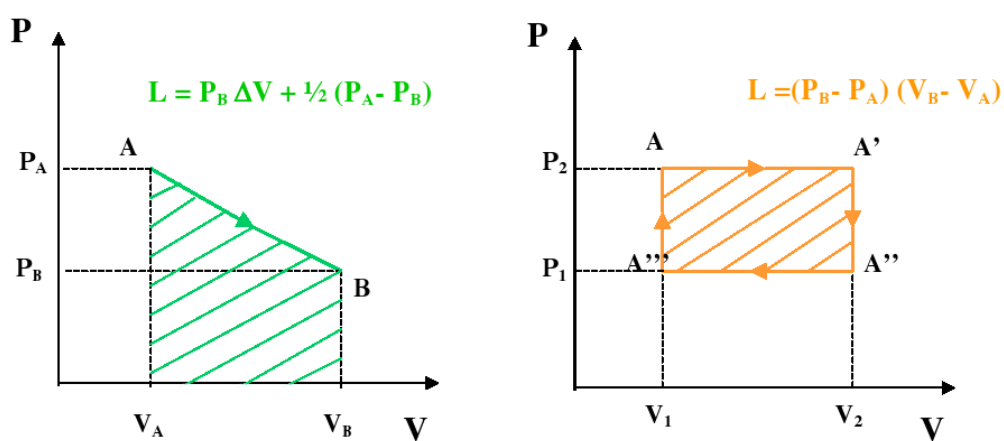


FIGURA 19: a) Lavoro effettuato nel processo AB. b) Lavoro effettuato in una trasformazione ciclica.

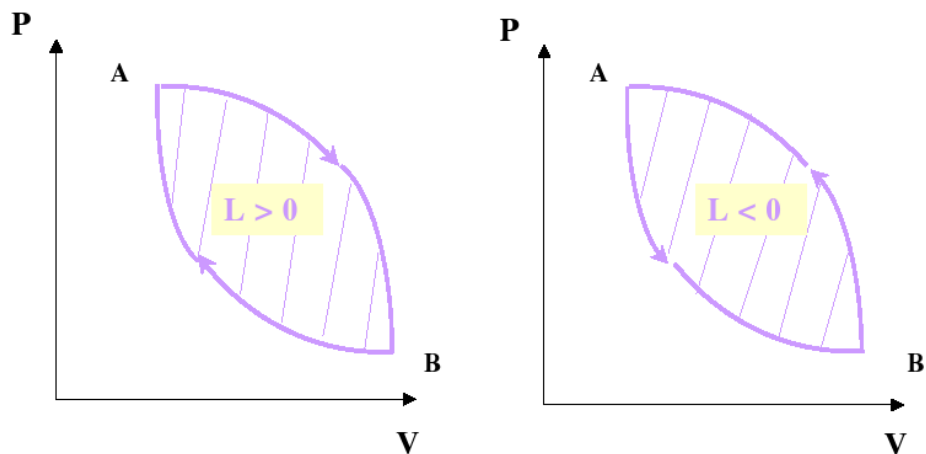


FIGURA 20: a) Lavoro in una trasformazione ciclica di verso orario. b) Lavoro in una trasformazione ciclica di verso antiorario.

### Le trasformazioni cicliche

Consideriamo ora il caso in cui il gas si trovi in un certo stato di equilibrio  $A(P_A, V_A, T_A)$  e dopo aver subito un certo numero di processi ritorni nello stato iniziale A. In questo caso si dice che il sistema ha subito una **trasformazione ciclica** o semplicemente un **ciclo**. Un esempio è dato in figura 19 b). Le frecce indicano, al solito, il verso delle trasformazioni.

Per calcolare il lavoro totale occorre sommare il lavoro effettuato nel processo  $AA'A''$  con quello effettuato nel processo  $A''A''A$ . Da A ad A' il gas compie una espansione isobara, da A' ad A'' subisce una trasformazione isocora con diminuzione della pressione. Da A'' ad A''' si ha una compressione isobara, mentre da A''' ad A si ha una trasformazione isocora con aumento della pressione. Il lavoro è quindi (si ricordi che  $\Delta V \equiv V_f - V_i$ ):

$$L_{gas} = P_2(V_2 - V_1) + P_1(V_1 - V_2) = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1). \quad (31)$$

In altri termini, il lavoro è dato dall'area del rettangolo in figura 19 b) ed è positivo.

In generale, **il lavoro compiuto da un sistema che subisce una trasformazione ciclica è dato dall'area racchiusa dalle linee della trasformazione, dal circuito chiuso, ed è positivo se la trasformazione segue il verso orario e negativo se la trasformazione segue il verso antiorario** (si veda la figura 20).

Le trasformazioni cicliche sono particolarmente importanti nello studio dei motori (es. ciclo del motore Diesel), e ne riparerete presto quando farete il secondo principio della Termodinamica.

In conclusione, la cosa importante da sottolineare che emerge dagli esempi ora

visti è questa: **il lavoro effettuato dal sistema sull'ambiente esterno quando il gas varia il suo volume di una quantità  $\Delta V$ , portandosi da un certo stato di equilibrio iniziale  $A$  ad un nuovo stato di equilibrio finale  $B$ , dipende da quali processi il gas subisce nel portarsi dallo stato  $A$  allo stato  $B$ . In altre parole, il lavoro effettuato dal gas fra lo stato  $A$  e lo stato  $B$  non dipende soltanto da questi stati, ossia dai valori delle variabili termodinamiche che caratterizzano tali stati, ma anche dal percorso seguito sul piano  $PV$  per andare dallo stato  $A$  allo stato  $B$ , dalla particolare trasformazione subita dal gas.** Ciò può essere riassunto dicendo che **il lavoro  $L$  effettuato dal gas non è una funzione di stato**, nel senso, appunto, che  $L$  non dipende soltanto dagli stati estremi attraverso i quali avviene la trasformazione, ma dipende anche dagli stati intermedi, dal percorso seguito.

### 3.2.1 Macchine termiche

Abbiamo scoperto che facendo in qualche modo variare il volume di un gas è possibile ottenere da questo del lavoro. Nell'espansione il gas compie un lavoro positivo sull'ambiente, cioè cede energia all'esterno la quale può essere utilizzata per far muovere qualche dispositivo, ad esempio, per sollevare un peso. Vedremo nella prossima lezione che il lavoro effettuato dal gas viene prodotto a spese della sua *energia interna*.

Si capisce quindi che si è di fronte ad un insieme di processi di trasformazione di energia da una forma ad un'altra: l'energia fornita dall'esterno per far espandere il gas viene convertita in energia interna del gas, questa viene quindi in parte trasformata in lavoro, utilizzabile come energia verso l'esterno. È chiaro a questo punto quanto importante sia a livello pratico scegliere la maniera più conveniente di far variare lo stato del gas, visto che il lavoro da esso fornito, abbiamo visto, dipende dalla particolare trasformazione subita dal gas.

Quei dispositivi che consentono di trasformare in lavoro l'energia interna dei corpi vengono chiamati **macchine termiche**. Avrete modo di parlare delle macchine termiche più avanti. Qui vi darò solamente una sorta di definizione di macchina termica o, meglio, una sua 'caratterizzazione', tratta dal solito libro per le scuole superiori "Verso la Fisica" (volume secondo) di G. Manuzio e G. Passatore:

Una macchina termica è un dispositivo che è in grado di compiere lavoro a spese del calore scambiato con più sorgenti di calore, facendo eseguire, ciclicamente nel tempo, una sequenza di trasformazioni di stato a un sistema termodinamico. [...]

Per il funzionamento di una macchina termica è di fondamentale importanza che la sequenza di trasformazioni sia un ciclo, in quanto questo rende possibile ripercorrere la sequenza un numero arbitrario di volte. [...]

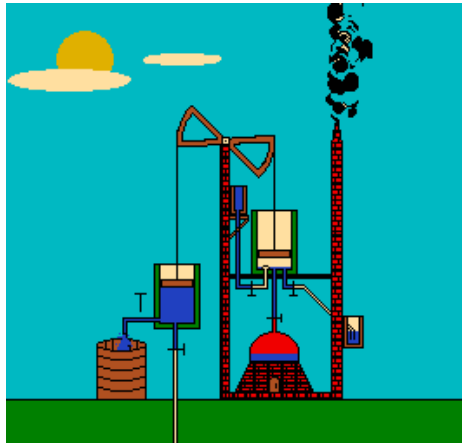


FIGURA 21: Schema della macchina termica di T. Newcomen. Immagine tratta dal sito del Museo Nazionale della Scienza e della Tecnologia "Leonardo da Vinci" di Milano (<http://www.museoscienza.org/energia/vapore/ind.asp>). Qui troverete l'immagine animata, oltre alla spiegazione del funzionamento della macchina di Newcomen (<http://www.museoscienza.org/energia/vapore/nwcmn.asp>).

Il tipo più semplice di macchina termica, è costituito da quelle macchine che producono lavoro a spese dell'espansione di sostanze aeriformi. Benché sia possibile realizzare macchine termiche basate su altri principi, quelle che utilizzano aeriformi sono le macchine termiche di uso più comune.

La prima macchina termica, a vapore, che ebbe un successo commerciale fu inventata da Thomas Savery (1650-1715), ingegnere dell'esercito inglese. Un serio inconveniente della macchina progettata da Savery era dovuto all'uso del vapore ad alta pressione che comportava rischi di esplosioni. Questo difetto fu eliminato da Thomas Newcomen (1663-1729), inventore della macchina a bassa pressione. La macchina di Newcomen venne impiegata all'epoca in moltissime miniere, in Inghilterra e in altre nazioni europee, per aspirare l'acqua dalle gallerie. Uno schema di questa macchina è riportato in figura 21.

### 3.3 Confronto con il lavoro compiuto da forze conservative

Al paragrafo 3.1.3 abbiamo mostrato che il valore di una grandezza fisica - il lavoro compiuto dal gas - può essere visto come l'area sotto il grafico di una funzione rappresentante il legame fra altre due grandezze fisiche - funzione  $P = P(V)$ <sup>19</sup>.

Considerazioni analoghe valgono anche nel caso di altre relazioni fra grandezze fisiche.

Ad esempio, la velocità istantanea di un corpo che si muove di moto uniformemente accelerato<sup>20</sup> è data dalla relazione  $v = v_0 + at$ , dove  $v_0$  è il valore della

<sup>19</sup>Non si dimentichi però che la pressione è funzione anche della temperatura.

<sup>20</sup>Per esempio un corpo che cade da una certa altezza si muove, sotto l'azione della forza peso,

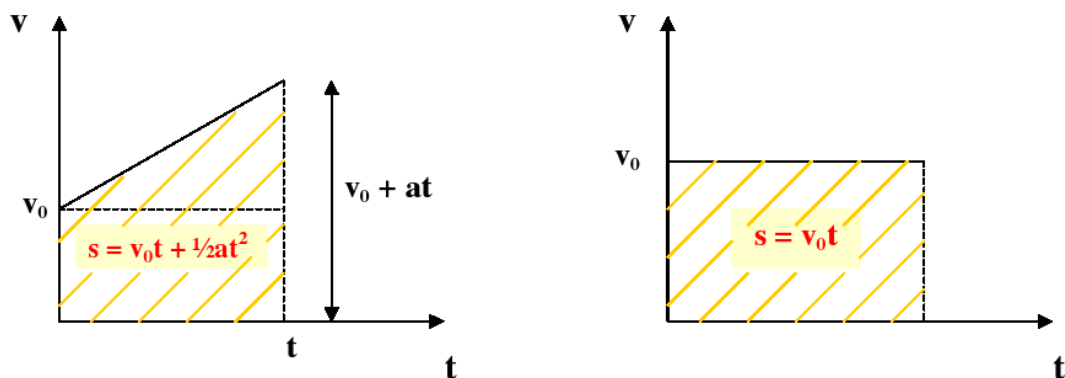


FIGURA 22: a) Spazio percorso in un moto uniformemente accelerato come area del trapezio. b) Spazio percorso in un moto rettilineo uniforme come area del rettangolo.

velocità all'istante iniziale  $t = 0$ , ed  $a$  è il valore dell'accelerazione costante. Lo spazio  $s$  percorso in un tempo  $t$  dal corpo è dato dalla relazione  $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ , che graficamente rappresenta l'area del trapezio in figura 22 a). In figura 22 b) è dato invece il grafico della velocità istantanea in funzione del tempo nel caso di un moto rettilineo uniforme (ossia di velocità costante): lo spazio percorso in un tempo  $t$  da un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme con velocità  $v_0$  è dato dall'area del rettangolo in figura.

In figura 23 sono mostrati i grafici del modulo,  $F = kx$ , della forza elastica di una molla in funzione dello spostamento  $x$  dalla sua posizione di riposo (scelta a  $x = 0$  (figura a) ) e del modulo,  $F = mg$ , della forza peso in funzione della quota  $h$  (naturalmente non varia con la quota, e infatti questo è il grafico di una funzione costante... (figura b) ). Che grandezza fisica rappresenta l'area sotto le curve? be' è del tipo 'forza x spostamento'... è un lavoro!

**Qual è il segno del lavoro?** be' al solito: il lavoro compiuto da una forza in un certo spostamento è positivo se lo spostamento avviene nel verso della forza e negativo se avviene in verso opposto. Pertanto: se la molla viene allungata di un tratto  $x$  il lavoro compiuto dalla forza elastica è negativo ( $L = -\frac{1}{2} k x^2$ ), essendo la forza elastica una forza di richiamo sempre diretta verso la posizione di riposo della molla (che abbiamo scelto essere in  $x = 0$ ); se invece è già allungata di un tratto  $x$  e viene lasciata andare sino a portarsi alla posizione di riposo allora il lavoro è positivo ( $L = \frac{1}{2} k x^2$ ). Analogamente, il lavoro compiuto dalla forza peso quando un corpo si solleva di un tratto  $h$  da terra è negativo ( $L = -mgh$ ), mentre quello compiuto quando un corpo si abbassa da una quota  $h$  a quota zero è positivo ( $L = mgh$ ).

---

di moto uniformemente accelerato con accelerazione costante  $g$  (qualora sia possibile trascurare l'attrito dell'aria.

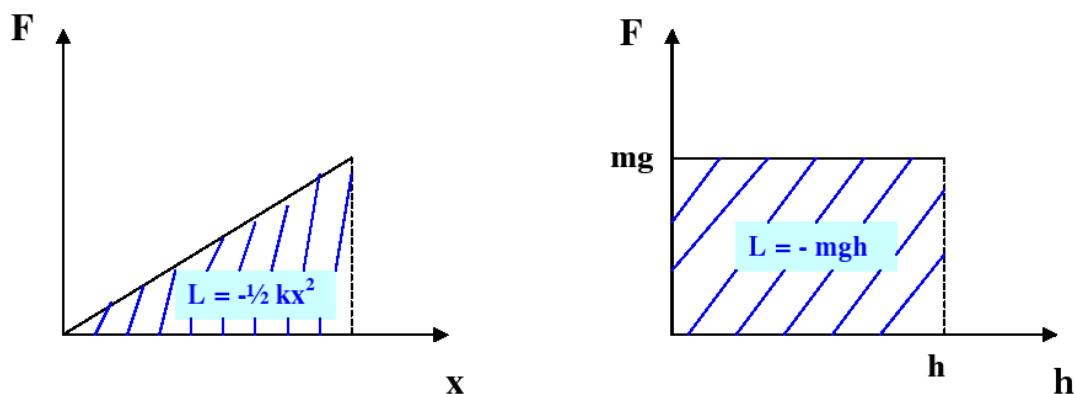


FIGURA 23: a) Lavoro effettuato dalla forza elastica di una molla in un allungamento di un tratto  $x$ . b) Lavoro effettuato dalla forza peso quando un corpo sale ad un'altezza  $h$  da terra. Si noti che, in entrambe le situazioni, le forze compiono un lavoro resistente.

#### OSSERVAZIONE IMPORTANTE

**Che differenza notate fra il lavoro effettuato da un gas che si espande, o che viene compresso, e il lavoro effettuato dalla forza peso o dalla forza elastica?** Be', nel primo caso era necessario specificare la particolare trasformazione subita dal gas, inquanto il lavoro variava a seconda del 'percorso' seguito per andare dallo stato di equilibrio iniziale allo stato di equilibrio finale. Nel caso invece della forza elastica e della forza peso non è stato necessario specificare la traiettoria seguita dall'estremo della molla o dalla particella materiale, il lavoro è infatti, in entrambi i casi, indipendente dal cammino seguito per andare dal punto iniziale al punto finale.

Quando il lavoro eseguito da una forza quando un corpo si sposta da un punto A ad un punto B è indipendente dal cammino seguito e dipende soltanto dai punti estremi la **forza** è detta **conservativa**. Come già sapete, per le forze conservative vale la **legge di conservazione dell'energia meccanica**: quando su un corpo agiscono soltanto forze conservative la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale del corpo (somma delle energie potenziali associabili a ciascuna forza conservativa) si mantiene costante durante il moto

$$\begin{aligned}
 E_{\text{MEC}} &= T + U = \text{cost.} \\
 \Delta E_{\text{MEC}} &= \Delta T + \Delta U = 0.
 \end{aligned}
 \tag{32}$$

Il lavoro della forza elastica e della forza peso ora calcolato vi ricorda qualcosa? Dovrebbe ricordarvi l'energia potenziale. Infatti dalla legge di conservazione dell'energia meccanica e dal teorema dell'energia cinetica,  $L_{\text{ris}} = \Delta T$  (il lavoro della risultante delle forze agenti sul corpo eguaglia la variazione di energia cinetica

subita), segue infatti che

$$\Delta U = -L_{ris}. \quad (33)$$

Il teorema dell'energia cinetica vale per qualunque tipo di forza, mentre la legge di conservazione dell'energia meccanica vale solo per forze conservative e, infatti, solo per queste ha senso definire un'energia potenziale, funzione unicamente della posizione del punto materiale. La relazione (33) è in realtà la definizione stessa di energia potenziale. Infatti, quando il lavoro effettuato da una data forza dipende solo dai punti estremi,  $P_i$  e  $P_f$ , allora ha senso parlare di una funzione della sola posizione  $U = U(P)$ , detta funzione energia potenziale, definita come (con 'FC' indico che il lavoro è compiuto da una forza conservativa):

$$U(P_f) = -L_{FC} + U(P_i). \quad (34)$$

Quanto ora detto vuole essere un ripasso di alcuni concetti che già conoscete dalla terza. Ci sarebbe ancora molto da dire ma mi fermo qui. Aggiungo soltanto che:

- per una forza conservativa il lavoro eseguito lungo un percorso chiuso (circuito) è nullo;
- quando un corpo è soggetto soltanto a forze conservative esso torna al punto di partenza con la stessa velocità che aveva all'inizio (ad esempio, una palla lanciata in aria ci torna in mano con la stessa velocità con cui l'abbiamo lanciata, se la resistenza dell'aria è trascurabile);

l'equivalenza fra le due affermazioni è presto dimostrata se si tiene conto del teorema dell'energia cinetica.

# 4 Appendice. GNU Free Documentation Licence.

GNU Free Documentation License  
Version 1.2, November 2002

Copyright (C) 2000,2001,2002 Free Software Foundation, Inc.  
51 Franklin St, Fifth Floor, Boston, MA 02110-1301 USA  
Everyone is permitted to copy and distribute verbatim copies  
of this license document, but changing it is not allowed.

## 0. PREAMBLE

The purpose of this License is to make a manual, textbook, or other functional and useful document "free" in the sense of freedom: to assure everyone the effective freedom to copy and redistribute it, with or without modifying it, either commercially or noncommercially. Secondly, this License preserves for the author and publisher a way to get credit for their work, while not being considered responsible for modifications made by others.

This License is a kind of "copyleft", which means that derivative works of the document must themselves be free in the same sense. It complements the GNU General Public License, which is a copyleft license designed for free software.

We have designed this License in order to use it for manuals for free software, because free software needs free documentation: a free program should come with manuals providing the same freedoms that the software does. But this License is not limited to software manuals; it can be used for any textual work, regardless of subject matter or whether it is published as a printed book. We recommend this License principally for works whose purpose is instruction or reference.

## 1. APPLICABILITY AND DEFINITIONS

This License applies to any manual or other work, in any medium, that contains a notice placed by the copyright holder saying it can be distributed under the terms of this License. Such a notice grants a world-wide, royalty-free license, unlimited in duration, to use that work under the conditions stated herein. The "Document", below, refers to any such manual or work. Any member of the public is a licensee, and is addressed as "you". You accept the license if you copy, modify or distribute the work in a way requiring permission under copyright law.

A "Modified Version" of the Document means any work containing the Document or a portion of it, either copied verbatim, or with modifications and/or translated into another language.

A "Secondary Section" is a named appendix or a front-matter section of the Document that deals exclusively with the relationship of the publishers or authors of the Document to the Document's overall subject (or to related matters) and contains nothing that could fall directly within that overall subject. (Thus, if the Document is in part a textbook of mathematics, a Secondary Section may not explain any mathematics.) The relationship could be a matter of historical connection with the subject or with related matters, or of legal, commercial, philosophical, ethical or political position regarding them.

The "Invariant Sections" are certain Secondary Sections whose titles are designated, as being those of Invariant Sections, in the notice that says that the Document is released under this License. If a section does not fit the above definition of Secondary then it is not allowed to be designated as Invariant. The Document may contain zero Invariant Sections. If the Document does not identify any Invariant Sections then there are none.

The "Cover Texts" are certain short passages of text that are listed, as Front-Cover Texts or Back-Cover Texts, in the notice that says that the Document is released under this License. A Front-Cover Text may be at most 5 words, and a Back-Cover Text may be at most 25 words.

A "Transparent" copy of the Document means a machine-readable copy, represented in a format whose specification is available to the general public, that is suitable for revising the document straightforwardly with generic text editors or (for images composed of pixels) generic paint programs or (for drawings) some widely available drawing editor, and that is suitable for input to text formatters or for automatic translation to a variety of formats suitable for input to text formatters. A copy made in an otherwise Transparent file format whose markup, or absence of markup, has been arranged to thwart or discourage subsequent modification by readers is not Transparent. An image format is not Transparent if used for any substantial amount of text. A copy that is not "Transparent" is called "Opaque".

Examples of suitable formats for Transparent copies include plain ASCII without markup, Texinfo input format, LaTeX input format, SGML or XML using a publicly available DTD, and standard-conforming simple HTML, PostScript or PDF designed for human modification. Examples of transparent image formats include PNG, XCF and JPG. Opaque formats include proprietary formats that can be read and edited only by proprietary word processors, SGML or XML for which the DTD and/or processing tools are not generally available, and the machine-generated HTML, PostScript or PDF produced by some word processors for output purposes only.

The "Title Page" means, for a printed book, the title page itself, plus such following pages as are needed to hold, legibly, the material this License requires to appear in the title page. For works in formats which do not have any title page as such, "Title Page" means the text near the most prominent appearance of the work's title, preceding the beginning of the body of the text.

A section "Entitled XYZ" means a named subunit of the Document whose title either is precisely XYZ or contains XYZ in parentheses following text that translates XYZ in another language. (Here XYZ stands for a specific section name mentioned below, such as "Acknowledgements", "Dedications", "Endorsements", or "History".) To "Preserve the Title" of such a section when you modify the Document means that it remains a section "Entitled XYZ" according to this definition.

The Document may include Warranty Disclaimers next to the notice which states that this License applies to the Document. These Warranty Disclaimers are considered to be included by reference in this License, but only as regards disclaiming warranties: any other implication that these Warranty Disclaimers may have is void and has no effect on the meaning of this License.

## 2. VERBATIM COPYING

You may copy and distribute the Document in any medium, either commercially or noncommercially, provided that this License, the copyright notices, and the license notice saying this License applies to the Document are reproduced in all copies, and that you add no other conditions whatsoever to those of this License. You may not use technical measures to obstruct or control the reading or further copying of the copies you make or distribute. However, you may accept compensation in exchange for copies. If you distribute a large enough number of copies you must also follow the conditions in section 3.

You may also lend copies, under the same conditions stated above, and you may publicly display copies.

## 3. COPYING IN QUANTITY

If you publish printed copies (or copies in media that commonly have

printed covers) of the Document, numbering more than 100, and the Document's license notice requires Cover Texts, you must enclose the copies in covers that carry, clearly and legibly, all these Cover Texts: Front-Cover Texts on the front cover, and Back-Cover Texts on the back cover. Both covers must also clearly and legibly identify you as the publisher of these copies. The front cover must present the full title with all words of the title equally prominent and visible. You may add other material on the covers in addition. Copying with changes limited to the covers, as long as they preserve the title of the Document and satisfy these conditions, can be treated as verbatim copying in other respects.

If the required texts for either cover are too voluminous to fit legibly, you should put the first ones listed (as many as fit reasonably) on the actual cover, and continue the rest onto adjacent pages.

If you publish or distribute Opaque copies of the Document numbering more than 100, you must either include a machine-readable Transparent copy along with each Opaque copy, or state in or with each Opaque copy a computer-network location from which the general network-using public has access to download using public-standard network protocols a complete Transparent copy of the Document, free of added material. If you use the latter option, you must take reasonably prudent steps, when you begin distribution of Opaque copies in quantity, to ensure that this Transparent copy will remain thus accessible at the stated location until at least one year after the last time you distribute an Opaque copy (directly or through your agents or retailers) of that edition to the public.

It is requested, but not required, that you contact the authors of the Document well before redistributing any large number of copies, to give them a chance to provide you with an updated version of the Document.

#### 4. MODIFICATIONS

You may copy and distribute a Modified Version of the Document under the conditions of sections 2 and 3 above, provided that you release the Modified Version under precisely this License, with the Modified Version filling the role of the Document, thus licensing distribution and modification of the Modified Version to whoever possesses a copy of it. In addition, you must do these things in the Modified Version:

- A. Use in the Title Page (and on the covers, if any) a title distinct from that of the Document, and from those of previous versions (which should, if there were any, be listed in the History section of the Document). You may use the same title as a previous version if the original publisher of that version gives permission.
- B. List on the Title Page, as authors, one or more persons or entities responsible for authorship of the modifications in the Modified Version, together with at least five of the principal authors of the Document (all of its principal authors, if it has fewer than five), unless they release you from this requirement.
- C. State on the Title page the name of the publisher of the Modified Version, as the publisher.
- D. Preserve all the copyright notices of the Document.
- E. Add an appropriate copyright notice for your modifications adjacent to the other copyright notices.
- F. Include, immediately after the copyright notices, a license notice giving the public permission to use the Modified Version under the terms of this License, in the form shown in the Addendum below.
- G. Preserve in that license notice the full lists of Invariant Sections and required Cover Texts given in the Document's license notice.
- H. Include an unaltered copy of this License.
- I. Preserve the section Entitled "History", Preserve its Title, and add to it an item stating at least the title, year, new authors, and publisher of the Modified Version as given on the Title Page. If there is no section Entitled "History" in the Document, create one stating the title, year, authors, and publisher of the Document as given on its Title Page, then add an item describing the Modified

- Version as stated in the previous sentence.
- J. Preserve the network location, if any, given in the Document for public access to a Transparent copy of the Document, and likewise the network locations given in the Document for previous versions it was based on. These may be placed in the "History" section. You may omit a network location for a work that was published at least four years before the Document itself, or if the original publisher of the version it refers to gives permission.
  - K. For any section Entitled "Acknowledgements" or "Dedications", Preserve the Title of the section, and preserve in the section all the substance and tone of each of the contributor acknowledgements and/or dedications given therein.
  - L. Preserve all the Invariant Sections of the Document, unaltered in their text and in their titles. Section numbers or the equivalent are not considered part of the section titles.
  - M. Delete any section Entitled "Endorsements". Such a section may not be included in the Modified Version.
  - N. Do not retitle any existing section to be Entitled "Endorsements" or to conflict in title with any Invariant Section.
  - O. Preserve any Warranty Disclaimers.

If the Modified Version includes new front-matter sections or appendices that qualify as Secondary Sections and contain no material copied from the Document, you may at your option designate some or all of these sections as invariant. To do this, add their titles to the list of Invariant Sections in the Modified Version's license notice. These titles must be distinct from any other section titles.

You may add a section Entitled "Endorsements", provided it contains nothing but endorsements of your Modified Version by various parties--for example, statements of peer review or that the text has been approved by an organization as the authoritative definition of a standard.

You may add a passage of up to five words as a Front-Cover Text, and a passage of up to 25 words as a Back-Cover Text, to the end of the list of Cover Texts in the Modified Version. Only one passage of Front-Cover Text and one of Back-Cover Text may be added by (or through arrangements made by) any one entity. If the Document already includes a cover text for the same cover, previously added by you or by arrangement made by the same entity you are acting on behalf of, you may not add another; but you may replace the old one, on explicit permission from the previous publisher that added the old one.

The author(s) and publisher(s) of the Document do not by this License give permission to use their names for publicity for or to assert or imply endorsement of any Modified Version.

## 5. COMBINING DOCUMENTS

You may combine the Document with other documents released under this License, under the terms defined in section 4 above for modified versions, provided that you include in the combination all of the Invariant Sections of all of the original documents, unmodified, and list them all as Invariant Sections of your combined work in its license notice, and that you preserve all their Warranty Disclaimers.

The combined work need only contain one copy of this License, and multiple identical Invariant Sections may be replaced with a single copy. If there are multiple Invariant Sections with the same name but different contents, make the title of each such section unique by adding at the end of it, in parentheses, the name of the original author or publisher of that section if known, or else a unique number. Make the same adjustment to the section titles in the list of Invariant Sections in the license notice of the combined work.

In the combination, you must combine any sections Entitled "History" in the various original documents, forming one section Entitled "History"; likewise combine any sections Entitled "Acknowledgements", and any sections Entitled "Dedications". You must delete all sections

Entitled "Endorsements".

## 6. COLLECTIONS OF DOCUMENTS

You may make a collection consisting of the Document and other documents released under this License, and replace the individual copies of this License in the various documents with a single copy that is included in the collection, provided that you follow the rules of this License for verbatim copying of each of the documents in all other respects.

You may extract a single document from such a collection, and distribute it individually under this License, provided you insert a copy of this License into the extracted document, and follow this License in all other respects regarding verbatim copying of that document.

## 7. AGGREGATION WITH INDEPENDENT WORKS

A compilation of the Document or its derivatives with other separate and independent documents or works, in or on a volume of a storage or distribution medium, is called an "aggregate" if the copyright resulting from the compilation is not used to limit the legal rights of the compilation's users beyond what the individual works permit. When the Document is included in an aggregate, this License does not apply to the other works in the aggregate which are not themselves derivative works of the Document.

If the Cover Text requirement of section 3 is applicable to these copies of the Document, then if the Document is less than one half of the entire aggregate, the Document's Cover Texts may be placed on covers that bracket the Document within the aggregate, or the electronic equivalent of covers if the Document is in electronic form. Otherwise they must appear on printed covers that bracket the whole aggregate.

## 8. TRANSLATION

Translation is considered a kind of modification, so you may distribute translations of the Document under the terms of section 4. Replacing Invariant Sections with translations requires special permission from their copyright holders, but you may include translations of some or all Invariant Sections in addition to the original versions of these Invariant Sections. You may include a translation of this License, and all the license notices in the Document, and any Warranty Disclaimers, provided that you also include the original English version of this License and the original versions of those notices and disclaimers. In case of a disagreement between the translation and the original version of this License or a notice or disclaimer, the original version will prevail.

If a section in the Document is Entitled "Acknowledgements", "Dedications", or "History", the requirement (section 4) to Preserve its Title (section 1) will typically require changing the actual title.

## 9. TERMINATION

You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Document except as expressly provided for under this License. Any other attempt to copy, modify, sublicense or distribute the Document is void, and will automatically terminate your rights under this License. However, parties who have received copies, or rights, from you under this License will not have their licenses terminated so long as such parties remain in full compliance.

## 10. FUTURE REVISIONS OF THIS LICENSE

The Free Software Foundation may publish new, revised versions of the GNU Free Documentation License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns. See <http://www.gnu.org/copyleft/>.

Each version of the License is given a distinguishing version number. If the Document specifies that a particular numbered version of this License "or any later version" applies to it, you have the option of following the terms and conditions either of that specified version or of any later version that has been published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published (not as a draft) by the Free Software Foundation.

#### ADDENDUM: How to use this License for your documents

To use this License in a document you have written, include a copy of the License in the document and put the following copyright and license notices just after the title page:

```
Copyright (c) YEAR YOUR NAME.
Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document
under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2
or any later version published by the Free Software Foundation;
with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts.
A copy of the license is included in the section entitled "GNU
Free Documentation License".
```

If you have Invariant Sections, Front-Cover Texts and Back-Cover Texts, replace the "with...Texts." line with this:

```
with the Invariant Sections being LIST THEIR TITLES, with the
Front-Cover Texts being LIST, and with the Back-Cover Texts being LIST.
```

If you have Invariant Sections without Cover Texts, or some other combination of the three, merge those two alternatives to suit the situation.

If your document contains nontrivial examples of program code, we recommend releasing these examples in parallel under your choice of free software license, such as the GNU General Public License, to permit their use in free software.



## Riferimenti bibliografici

- [1] AA.VV. *Fisica. A cura del PSSC.* (Comitato per lo studio della scienza fisica). Zanichelli, Bologna, 1995. Quarta edizione italiana condotta sulla settima edizione americana, a cura di Vanda Calissano.
- [2] Amaldi U. *La Fisica per i Licei Scientifici.* Zanichelli, Bologna, quarta edizione, 1998. Testo per le scuole superiori.
- [3] Arons A. *Guida all'insegnamento della fisica.* Zanichelli, Bologna, prima edizione, 1992.
- [4] Boato G. *Termodinamica. Introduzione alla termodinamica classica ed alla fisica statistica.* Ambrosiana, Milano, 1987. Testo universitario.
- [5] Feynman R. P., Leighton R. B., e Sands M. *La fisica di Feynman. Volume I - Parte 1.* Addison-Wesley, 1968. Testo universitario.
- [6] Harvard Project Physics. *Progetto fisica. Volume A.* Zanichelli, Bologna, seconda edizione, 1986. Edizione italiana del Project Physics Course (HPP) diretto da F. J. Rutherford, G. Holton, F. G. Watson. Ed. italiana a cura di A. Prat Bastai, B. Quassiate de Alfaro, V. de Alfaro, P. Violino.
- [7] Manuzio G. e Passatore G. *Verso la Fisica. Volume 1.* Principato, 1981. Testo per le scuole superiori.
- [8] Manuzio G. e Passatore G. *Verso la Fisica. Volume 2.* Principato, 1984. Testo per le scuole superiori.
- [9] Perucca E. *Fisica Generale e Sperimentale.* Utet, Torino, ottava edizione, 1966. Testo universitario.
- [10] Resnick R. e Halliday D. *Fisica. Parte prima.* Ambrosiana, 1970. Testo universitario.
- [11] Roller D. e Blum R. *Fisica. Meccanica, Onde, Termodinamica. Vol.1.* Zanichelli, Bologna, prima edizione, 1984. Testo universitario.
- [12] Silvestroni P. *Fondamenti di Chimica.* Veschi Editore, Roma, sesta edizione, 1981. Testo universitario.
- [13] Violino P. e Robutti O. *La fisica e i suoi modelli. Vol.2.* Zanichelli, Bologna, prima edizione, 1995. Testo per le scuole superiori.
- [14] Abbott M. M. Zemansky M. W. e Van Ness H. C. *Fondamenti di termodinamica per ingegneri.* Zanichelli, Bologna, prima edizione, 1979. Testo universitario.