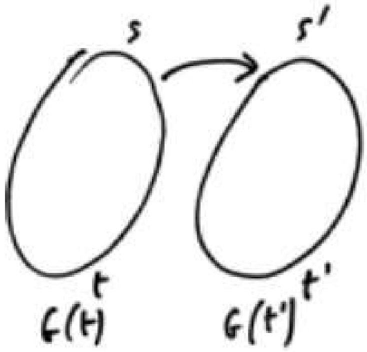
Principi di conservazione

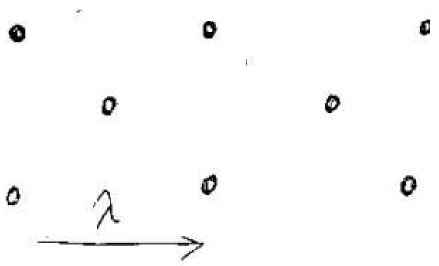
Esistono delle grandezze fisiche che hanno questa caratteristica (vedi fig.1): prendiamo un sistema S , che si evolve nel tempo nel sistema S'. Se io calcolo la grandezza fisica G(t) al tempo t e poi la stessa grandezza fisica G(t') al tempo t' ho che:



$$G(t)=G(t')$$

Ovvero la grandezza fisica G non varia al variare del tempo, si conserva uguale a se stressa al variare del tempo (è invariante per traslazioni temporali) (è la stessa cosa ma detta in termini più ... elevati:-)).

Ci può essere un altro tipo di invarianza: se io prendo un reticolo cristallino come in fig.2, facendo una traslazione spaziale di λ, ottengo la stessa struttura cristallino, un quadrato centrato (con un atomo messo al centro del quadrato. Siamo in presenza di una invarianza per traslazioni.



I principi di conservazione dicono che certe grandezze fisiche sono invarianti o per traslazioni temporali o per traslazioni spaziali. I principi di conservazione che studieremo noi sono fondamentalmente tre: principio di conservazione della quantità di moto, principio di conservazione dell'energia e principio di conservazione del momento angolare. Sono tutti e tre principi di conservazione rispetto a una traslazione temporale. L'energia totale di un sistema si conserva nel tempo. La quantità di moto totale di un sistema calcolata in due istanti diversi è la stessa. Il momento angolare totale di un sistema in certo istante di tempo è uguale a quello calcolato in un istante successivo o in un tempo diverso. Ho usato appositamente formulazioni diverse per dire sempre la stessa cosa. Abbreviando molto: l'energia si conserva. La quantità di moto si conserva. Il momento angolare si conserva.

Solo un piccolo e trascurabile particolare: ma che cosa è la quantità di moto? O l'energia? O il momento angolare? Incominciamo dalla quantità di moto.

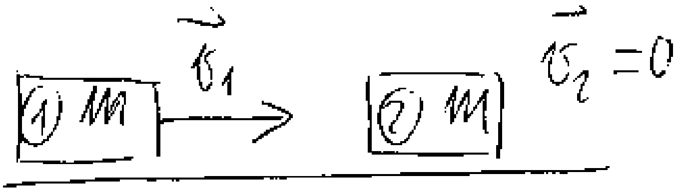
Quantità di moto e principio di conservazione della quantità di moto

Se io ho un corpo di massa m e di velocità $\vec{v}$ definisco la quantità di moto del corpo con $\vec{p}$:

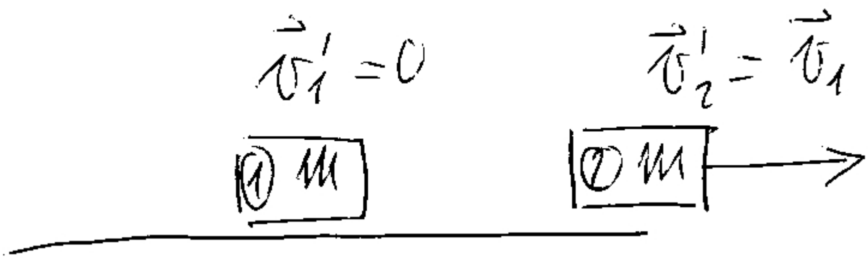
$$\vec{p}=m\vec{v}$$

Poiché la massa m è uno scalare e la velocità $\vec{v}$ è un vettore, la moltiplicazione tra uno scalare e un vettore è un vettore e $\vec{p}$ risulta essere un vettore. La quantità di moto $\vec{p}$ è una grandezza fisica vettoriale. Quindi si somma vettorialmente, non segue la somma algebrica. Ma che cosa è la quantità di moto? E' quella cosa lì. Bella risposta, nevvero? In realtà la quantità di moto viene fuori in problemi di urto, per esempio.

Prendo due carrelli di massa uguale m, li metto su una rotaia, suppongo di essere senza attrito, come in fig 3. Suppongo che inizialmente il carrello 1 si muova verso destra con velocità $\vec{v}_1$ e che il carrello 2 sia fermo, quindi con velocità $\vec{v}_2 = 0$.

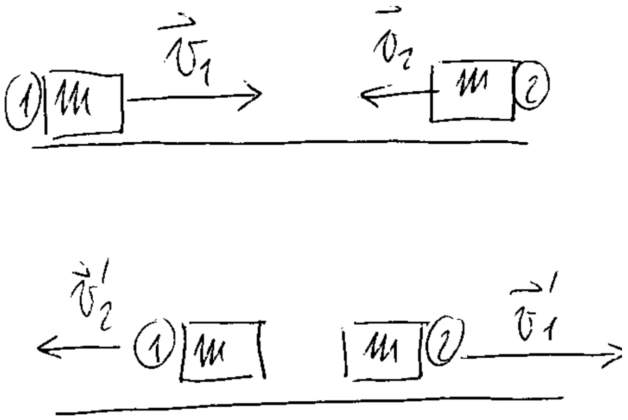


Avviene l'urto. Sperimentalmente posso fare le misure e osservo la situazione seguente (fig 4):



il carrello 1 si è fermato e il carrello 2 è partito con una velocità $\vec{v}\,'_2 = \vec{v}_1$. La velocità del carrello 1 si è *trasferita* al carrello 2. Sembra che nell'urto si sia “conservata” la velocità.

Allora faccio il seguente esperimento (fig 5), il carrello 1 ha velocità $\vec{v}_1$ e il carrello 2 ha velocità $\vec{v}_2$ di verso opposto alla precedente.

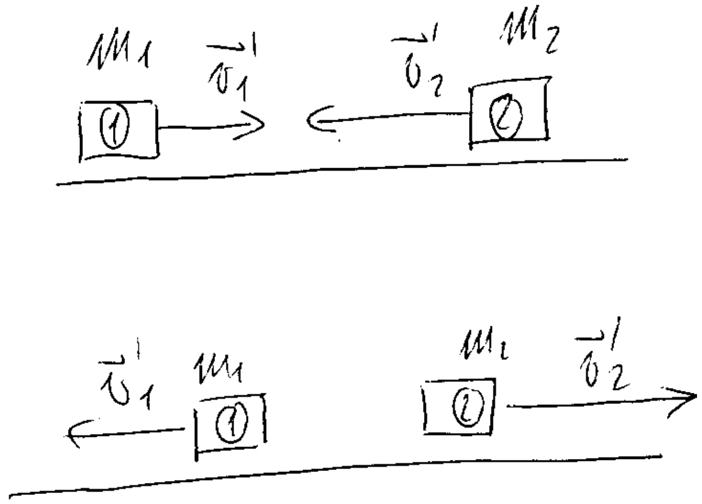


Dopo l'urto le velocità si sono scambiate:

$$\vec{v}\,'_1 = \vec{v}_2 ; \vec{v}\,'_2 = \vec{v}_1$$

Sembra aver trovato una regola semplice: la somma vettoriale delle due velocità prima e dopo l'urto si è conservata. Potremmo dunque definire la velocità totale di un sistema ecc. ecc. Non entusiasmatevi troppo. Non è così. Questo vale solo per il caso particolare di due carrelli con massa uguale.

Se io faccio l'esperimento con due carrelli con velocità diverse e con masse diverse avviene una cosa più complicata



(fig.6). Non viene conservata la velocità totale., perché le masse sono diverse. Ci deve essere qualcosa di proporzionale alle masse che entra in gioco. In realtà è verificata sperimentalmente (se io misuro m_1, m_2, v_1, v_2, v'_1, v'_2) la seguente relazione, sempre:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}\,'_1 + m_2 \vec{v}\,'_2$$

Allora se io definisco una nuova grandezza fisica

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

e la chiamo quantità di moto (potrei chiamarla ciccillo, ma quantità di moto rende meglio l'idea di che cos'è...), allora posso dire che la quantità di moto totale del sistema costituito dai due carrelli prima e dopo l'urto è la stessa, cioè che la quantità di moto del sistema si è conservata per traslazione temporale (wow! Ho usato le parole difficili...). Ovvero ho enunciato il principio di conservazione della quantità di moto:

$$\vec{p}_T(t) = \vec{p}_T(t')$$

e l'ho applicato nella forma:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2$$

Ogni volta che faccio un urto, misuro le quattro quantità e trovo che la legge di conservazione della quantità di moto è verificata.

Molto bene. Ma c'è un piccolo particolare fastidioso. La fisica deve essere in grado non solo di descrivere ciò che vede, ma di prevedere anche il risultato dell'esperimento. Supponiamo di sapere a un certo istante prima dell'urto le due velocità iniziali del carrello 1 e del carrello 2 e le due masse, quali saranno dopo l'urto le due velocità finali dei due carrelli?

Ma il principio di conservazione della quantità di moto consiste di una sola equazione (se il moto è unidimensionale, come in questo caso) con due incognite, $\vec{v}\,'_1 \, e \, \vec{v}\,'_2$. Quindi non posso trovare le due singole velocità ma solo il loro rapporto, per esempio. Ma se io faccio più volte l'esperimento le due velocità finali son ben definite. Com'è che non riesco a prevederle con la teoria fisica?

E' necessaria una seconda equazione, che sarà data dalla conservazione dell'energia, che nel caso di un urto perfettamente elastico sarà la conservazione dell'energia cinetica. Preannunciando:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}\,'_1 + m_2 \vec{v}\,'_2$$
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2$$

Sono due equazioni nelle due incognite $\vec{v}\,'_1 \, e \, \vec{v}\,'_2$ e quindi posso risolvere il sistema e trovare le due incognite. Posso cioè prevedere il risultato dell'esperimento. Faccio l'esperimento, misuro tutto e wow! I risultati teorici corrispondono ai risultati sperimentali.

Vi faccio osservare che la seconda equazione non ha le velocità con le freccette. Non è una dimenticanza tipografica è che qui siamo in presenza del quadrato di un vettore che definisco così:

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_1 = v_1^2$$

Il prodotto scalare di due vettori è uno scalare (deve essere uno scalare...)

Adesso però conviene introdurre l'energia e il suo principio di conservazione.

Energia e principio di conservazione dell'energia

In classe vi ho raccontato la storiella di Pierino, della madre di Pierino e dei cubi di diamante. Per brevità qui la ometto nel testo ma la trovate sotto forma di link, se ponete il cursore su "storiella di Pierino" vi dovrebbe comparire una mano, fate click e vi trovate la storiella di Pierino. Questo a computer, nelle sale Marte. Invece chi ha ricevuto via e-mail dovrà leggersela nel file a parte. In internet, nella nostra pagina, dovrebbe funzionare, ma al momento in cui scrivo non ho ancora provato...

Il succo della storiella è che l'energia ha molte forme. Se io in un sistema, calcolo la quantità di energia totale sommando (algebricamente, l'energia è uno scalare!...) tutte le varie forme di energie presenti, allora questa energia totale si conserva nel tempo. Cioè:

$$E_T(t) = E_T(t')$$

Le varie forme di energia che conoscete sono:

$W = mgh$ energia potenziale gravitazionale nel campo gravitazionale terrestre, dove g è l'accelerazione di gravità

$T = E_c = \frac{1}{2} m v^2$ energia cinetica posseduta da una massa m con velocità v

$W_e = \frac{1}{2} k x^2$ energia potenziale elastica di una molla di costante elastica k compressa o dilatata di x

$L = \vec{F} \times \vec{S}$ lavoro compiuto da una forza $\vec{F}$ per uno spostamento $\vec{S}$

Q quantità di calore

Quindi il principio dell'energia dice che la quantità:

$$\frac{1}{2} m v^2 + mgh + \frac{1}{2} k x^2 + \vec{F} \times \vec{S} + Q = k$$

è costante nel tempo. S e non fosse costante, come nella storiella di Pierino, aggiungo un termine ad hoc e la rendo costante (eh eh, spero apprezziate questi giochini da fisici...).

Al solito se seguite i link trovate qualche cosa di più sulle varie forme di energia.

Che cosa è l'energia dunque? E' quella grandezza fisica che calcolata nelle sue varie forme a un certo istante per un certo sistema si conserva nel tempo. Punto. Ovvero l'energia è qui definita attraverso il principio della sua conservazione. Non è del tutto strampalato. Molte grandezze fisiche sono definite attraverso una legge e l'energia è definita attraverso la legge di conservazione dell'energia. Questo modo di trattare l'energia viene da una persona assai più blasonata di me, dal premio nobel Feymann. Ma forse conviene vedere i due modi di trattare l'energia a confronto tra di loro.

A very traditional definition

Si definisce che cosa è il lavoro. Il lavoro è dato dalla formula: $L=\vec{F}\times\vec{S}$

↓

L'energia è la capacità di compiere lavoro.

↓

Esistono varie forme di energia

↓

la somma di tutte le forme di energia si conserva nel tempo

A parte il fatto che questo modo di procedere è astratto quanto l'altro (la definizione del lavoro è data lì, attraverso una formula, come nell'altro modo l'energia è data attraverso la formula di conservazione dell'energia...), cè un piccolo particolare. Tutto si base sulla definizione di lavoro. Ma la definizione di lavoro qui data dipende dalla possibilità di definire una traiettoria precisa, in modo da poter calcolare lo spostamento . Ma in fisica quantistica, quella che si occupa degli atomi, non sarà più possibile definire una traiettoria precisa. Quindi viene a cadere la definizione di lavoro, quindi viene a cadere la definizione di energia e quindi viene a cade il principio di conservazione dell'energia. Peccato che invece il p.c.e. sia valido anche a livello atomico...

C'è qualche cosa che non funziona...

A not very traditional definition

Si definisce l'energia attraverso il principio di conservazione dell'energia stessa.

↓

Esistono varie forme di energia

↓

Il lavoro è un termine di trasferimento da una forma di energia a un'altra forma di energia e vale $\vec{F}\times\vec{S}$, la forza $\vec{F}$ è quella che appare macroscopicamente in presenza di una trasformazione di energia (pensate all0attrito: l'energia cinetica macroscopica si trasforma in calore, quello che appare è una forza di attrito...)

Che cosa succede adesso se il lavoro non vale più, come nella fisica quantistica? Niente, non succede niente. Viene a cadere la definizione di lavoro tradizionale ma il principio di conservazione dell'energia è definito a parte e continua a valere.

E' un “vecchio” problema. Come devo insegnare la fisica? Da un punto di vista il più possibile contemporaneo oppure a strati anche incompatibili fra di loro?

Noi consideremo l'energia attraverso il suo principio di conservazione. E' solo il punto di partenza, evidentemente, gli esercizi non cambiano e le soluzioni degli esercizi non cambiano.

Impulso di una forza

Prendiamo la formula:

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

La possiamo anche scrivere:

$$\vec{F}=m\frac{(\Delta\vec{v})}{(\Delta t)}$$

allora:

$$\vec{F}\,\Delta t = m\,\Delta\vec{v}$$

ovvero:

$$\vec{F}\,\Delta t = m\vec{v}_2 - m\,\vec{v}_1$$

allora ricordando la definizione di quantità di moto:

$$\vec{F}\,\Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

e allora:

$$\vec{F}\,\Delta t = \Delta\,\vec{p}$$

Se io ho una forza applicata per un certo intervallo di tempo Δt essa produrrà una varizione della quantità di moto.
Ho riportato questa formula e come si ricava per completezza rispetto ad altre trattazioni che potete incontrare.
$\vec{F}\,\Delta t$ Si chiama impulso della forza .

Vi ricordo che se volete sapere qualche cosa di più sul lavoro come ternine di trasferimento, o sull'enrgia potenziale , o ecc. ecc. dovete cliccare sui termini corrispondenti e verrete trasportati nelle singole pagine.