Intorno alla gravità, alla spinta di Archimede ed altre cose ancora.

In classe siamo partiti dalla necessità di definire bene la spinta di Archimede (avevamo fatto l'esperimento di pesare un palloncino sgonfio e poi pieno di aria) e poi abbiamo fatto un inciso sulla forza di gravità. In questa dispensa invece di fare un inciso parto direttamente dalla forza di gravità e poi arrivo al calcolo della spinta di Archimede.

forza di gravità

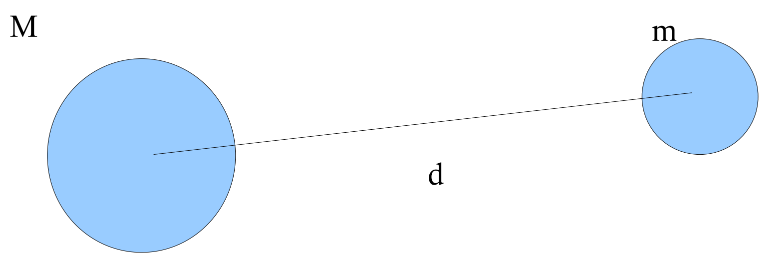
Poteva Newton ricavare la legge di gravitazione universale dall'osservazione delle mele che cadono (in genere sulla sua testa)? No. E questo perché noi abbiamo esperienza quotidiana di oggetti che vengono attirati dalla terra ma non della terra che è attirata dall'oggetto che abbiamo in mano. Pensare che due masse si attirano reciprocamente è per lo meno bizzarro. Newton ha tirato fuori la sua legge sulla gravitazione universale dall'osservazione sui pianeti.

Newton aveva già formulato i due principi della dinamica:

1. In assenza di forze esterne un corpo mantine il suo stato di moto: o rimane fermo ***o si muove di moto rettilineo uniforme***
2. Una forza esterna costante produce una accelerazione costante nella stessa direzione e verso della forza $\vec{F}=m\vec{a}$

Ma sapeva anche, da Keplero, suo contemporaneo, che i pianeti percorrono orbite chiuse. I pianeti si muovono nel vuoto. Ma senon fanno traiettorie rettilinee vuol dire che è presente una forza che li costringe a una traiettoria chiusa. Questa forza è la forza di gravità. Esaminiamo in dettagli senza più alcuna preoccupazione storica.

Se io prendo due masse m e M e le metto a una distanza d (distanza misurata dai baricentri delle due masse, i baricentri sono i punti in cui posso pensare concentrata tutta la massa del corpo)



Dfeterminaimo sperimentalmente la forza (sempre attrattiva) che si esrcita sulle due masse. Per fare ciò teniamo ferme di volta in volta due variabili:

tengo costante M, d e ottengo che $F \alpha m$

tengo costante m, d e ottengo che $F \alpha M$

tengo costante M, m e ottengo che $F \alpha \frac{1}{d^2}$

Le tre proporzionalità separate le posso condensare nell'unica formula:

$$F \alpha \frac{Mm}{d^2}$$

Secondo consuetudine posso sostituire il segno di proporzionalità con il segno uguale a patto di mettere una costante moltiplicativa K:

$$F = K \frac{Mm}{d^2}$$

La costante K si chiama costante di gravitazione universale, si indica con *G, e*d ha un valore preciso (per quello che ne sappiamo in tutto l'universo...):

$$G = 6{,}6 \times 10^{-11}$$

Allora la legge di gravitazione universale diventa:

$$F = G \frac{Mm}{d^2}$$

Questa legge vale per qualunque coppia di masse a una qualunque distanza nell'universo. Se vogliamo applicarla alla terra, presupponendo che un oggetto si trovi ad una altezza h dalla superficie terrestre:

$$F = G \frac{Mm}{(R+h)^2}$$

Dove R è il raggio della terra. Il raggio della terra è $R=6{,}37 \times 10^6$. Se pensiamo h $h \ll R$ (tipo cento metri rispetto a sei milioni di metri...) possiamo trascurare h e otteniamo la formula approssimata:

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

In questa formula G è costante (è la costante di gravitazione universale), M è costante perché è òla massa della terra che non varia molto salvo qualche satellite artificiale o qualche asteroide che ci poiove sopra. La Massa della terra è $M=5{,}979 \times 10^{24}$ Kg. Il raggio della terra pssiamo considerarlo costante (si ddovrebbe fare una differenza tra raggio equatoriale e raggio polare...). L'unica variabile è la massa m che pongo nel campo gravitazionale terrestre. Quindi il termine:

$$F = G \frac{M}{R^2}$$

lo posso calcolare una volta per tutte e chiamarlo *g.* Se sostituite i valori che ho indicato sopra e effettuate i conti ottenete

g=9,8

E la formula può essere riscritta così:

$$F = mg$$

L'unità di misura di g? Confrontiamo due formule, quella appena ottenuta e il secondo principio della dinamica:

$$F = mg$$

$$F = ma$$

g ha le dimensioni di una accelerazione e si misura in metri/secondo^2

Se invece non posso trascurare h rispetto R posso sempre scrivere

$$F = mg$$

Ma questa volta g dipende anche da h:

$$g = G \frac{M}{(R+h)^2}$$

g, l'accelerazione di gravità, è diversa se calcolata sulla superficie della terra o sul monte Everest.

Finiamo l'argomento con un altro calcolo, che potete fare voi a casa: se io metto una Massa di 5Kg a una distanza di 1 cm da una massa di 3Kg, che forza si esercita fra le due?

Vedrete che è un numero tanto piccolo da non poter essere ragionevolmente percepito (solo con strumenti di misura molto raffinati).

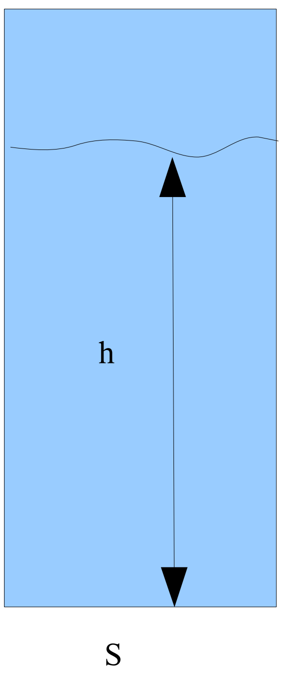
Mnetre se sositutite la massa della luna, la massa della terra e la distanza luna-terra (questi valori li trovate sul libro) troverete una forza decente, sufficiente a provocare le maree ecc.

definizione di pressione

Avevamo necessità per comprendere la spinta di Archimede di definire anche una nuova grandezza fisica, la pressione. La pressione è definita così:

$$p = \frac{F}{S}$$

Ovvero la forza sulla superficie. Alcune considerazioni: se io prendo un tubo come in figura:



Il tubi è riempito fino ad una altezza h di acqua ed ha una superficie di base S. Che forza si esercita sulla base S dovuta alla forza di gravità esercitata sulla massa M di acqua contenuta nel cilindro?

Se io chiamo con δ la densità dell'acqua e ricordando che il volume del cilindro retto è base per altezza:

$$F = \delta h S g$$

allora la pressione risulta essere:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{(\delta h S g)}{S} = \delta h g$$

La pressione NON dipende dal volume dell'acqua ma solo dall'altezza della colonna d'acqua. Allora se io metto una botte con un sopra un tubone di un metro quadrato di diametro alto 3 metri, oppure ci metto sopra un tubicino di un centimetro quadrato di base ma alto 20 metri, be' nel secondo caso la botte si ... rompe e nel primo no, anche se l'acqua contenuta nel tubone è molta di più di quella contenuta nel tubicino.

Per esercizio, calcolatevi la pressione nei due casi. La presione, dimenticavo di dirlo, ma dovrebbe essere ovvio data la sua definizione, si misura in Newton/metro^2