

Correzione del carrelloso 2.

1.

Mostallino e il lunapark

Il problema è sempre lo stesso. Qual è l'argomento dell'esercizio? I principi di conservazione. Quali sono i principi di conservazione che conoscete? Il principio di conservazione della quantità di moto e il principio di conservazione dell'energia. Ma nell'esercizio proposto non ci sono urti, o esplosioni, o altre cose di questo tipo. Quindi il principio di conservazione della quantità di moto non dovrebbe entrarci. Allora se non è zuppa è pan bagnato. Sarà il principio di conservazione dell'energia. Il principio di conservazione dell'energia dice che:

$$E_T(t) = E_T(t')$$

L'energia totale (la somma di tutte le forme di energia presenti) calcolata al tempo iniziale *deve* essere uguale all'energia totale (la somma di tutte le forme di energia presenti, di cui alcune magari non compaiono al tempo iniziale e magari altre sono sparite...) calcolata al tempo finale. Quello che succede in mezzo non ci interessa.

Calcoliamo l'energia totale al tempo iniziale:

$$E_T(t) = (m + M)gh_x$$

dove m è la massa di Mosta, M è la massa del carrello e h_x è l'altezza da cui parte il moto del carrello. Non la conosco ma la metto, poi dalla equazione ricaverò h_x . Ci sono altre forme di energia? No, il carrello inizialmente ha velocità zero e dunque non ha energia cinetica.

Calcoliamo l'energia totale al tempo finale:

$$E_T(t') = (m + M)gh + \frac{1}{2}(m + M)v^2$$

dove h è l'altezza che raggiunge il carrello e v è la velocità del carrello mostallinoso in quel momento.

Le due energie totali devono essere uguali. Quindi:

$$(m + M)gh_x = (m + M)gh + \frac{1}{2}(m + M)v^2$$

Osservate che non c'è attrito e quindi le masse possono essere eliminate da ambo i membri. Se ci fosse attrito, lo vedremo in altri esercizi, non posso eliminare le masse. Quindi:

$$gh_x = gh + \frac{1}{2}v^2$$

Qual è l'incognita? L'incognita è h_x . La ricavo dall'equazione ottenuta:

$$h_x = \frac{(gh + \frac{1}{2}v^2)}{g} = \frac{(9,8 * 50 + 0,5 * 100)}{9,8} = 55,10$$

Mattana urtoso.

Qua c'è l'attrito. L'attrito mangia energia. Poi c'è un urto anelastico e c'è una velocità finale. Allora non posso applicare o l'uno o l'altro dei principi, devo applicarli tutti e due ma non posso applicarli contemporaneamente, devo applicarne uno e poi l'altro. Con che velocità il carrello mattanoso urta l'altro carrello? Una parte dell'energia cinetica iniziale è stata mangiata dall'attrito. Allora viene in mente di applicare prima il principio di conservazione dell'energia in modo da fare un bilancio energetico e capire quanta energia è stata mangiata dall'attrito. L'energia risultante tutta cinetica mi dà la velocità del carrello un istante prima di urtare l'altro fermo. L'urto è anelastico, quindi non ci sarà possibilità adesso di applicare il principio di conservazione dell'energia e allora applico il principio di conservazione della quantità di moto e poi ricavo l'incognita dalla equazione, in questo caso la massa del carrello inizialmente fermo.

E' un esercizio la cui risoluzione è in due tempi ed è questa la difficoltà che sicuramente avete incontrato.

Primo tempo: ciò che è successo un istante prima dell'urto.

Secondo tempo: ciò che è successo nell'urto e il suo risultato.

Primo tempo. Applichiamo la conservazione dell'energia:

$$E_T(t) = \frac{1}{2}(m + M)v^2$$

L'altezza da cui parte il tutto è zero, c'è solo energia cinetica.

$$E_T(t') = \frac{1}{2}(m + M)v_f^2 + F \times S$$

C'è una energia cinetica residua e c'è stato l'attrito che ha mangiato dell'energia. La somma delle due forme deve essere uguale all'energia iniziale. Quindi:

$$\frac{1}{2}(m+M)v^2 = \frac{1}{2}(m+M)v_f^2 + F \times S$$

Osservate che questa volta c'è l'attrito e le masse non si eliminano, il risultato dipende anche dalle masse in gioco.

L'incognita è v_f la velocità finale che l'oggetto un istante prima dell'urto anelastico. Poi con questa velocità finale potrò applicare il principio di conservazione della quantità di moto (l'urto è anelastico...).

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{2}(m+M)v^2 - F \times S\right)}{\left(\frac{1}{2}(m+M)\right)}} = v_f$$

Calcoliamocela e viene fuori:

$$\sqrt{\frac{(0,5 * 110 * 400 - 60)}{(0,5 * 110)}} = 19,97$$

Adesso applichiamo il principio di conservazione della quantità di moto all'urto:

$$p_T(t) = (m+M)v_f$$

dove, come prima, la massa m è la massa di Mattana, M è la massa del carrello, e v_f è la velocità del carrello con Mattana a bordo un istante prima dell'urto che abbiamo appena calcolato.

$$p_T(t') = (m+M+M_x)v_{ff}$$

dove abbiamo indicato con M_x la massa incognita del carrello fermo e con v_{ff} la velocità dei due carrelli incastrati dopo l'urto.

Come al solito la quantità di moto prima dell'urto e dopo l'urto debbono essere uguali e quindi:

$$(m+M)v_f = (m+M+M_x)v_{ff}$$

Mi devo ricavare M_x e quindi:

$$M_x = \frac{(m+M)v_f - (m+M)v_{ff}}{v_{ff}} = \frac{110 \times 19,97 - 110 \times 5}{5} = 329,34$$

ok?

L'accozzato che non cozza ma sale.

Questo almeno in teoria dovrebbe essere più semplice. L'Anedda urta? Non urta. Qual è il principio di conservazione che devo applicare? Quello della conservazione dell'energia. Nell'istante in cui il carrello si ferma per tornare indietro la velocità è zero, tutta la sua energia è potenziale, poi ridiscende e riacquista velocità ma questo ormai non ce ne importa ai fini dei calcoli. L'incognita è la velocità che aveva il carrello all'inizio. Al solito l'energia totale iniziale deve essere uguale a quella totale finale:

$$E_T(t) = \frac{1}{2}(m+M)v_x^2$$

In realtà questo non è corretto, come mi ha fatto osservare qualcuno, perché Valerio salendo a bordo di un carrello con velocità v ne altera la velocità. Non era nelle mie intenzioni complicare l'esercizio. Posso far vedere in nota, magari, come viene modificata la velocità (bisogna sostanzialmente applicare la conservazione della quantità di moto: la quantità di moto del carrello con velocità v deve essere uguale alla quantità di moto del carrello con Valerio a bordo). Poiché ho specificato a voce di non tenerne conto non ne teniamo conto nella correzione ufficiale.

$$E_T(t') = (m+M)gh$$

Quindi deve essere

$$\frac{1}{2}(m+M)v_x^2 = (m+M)gh$$

Da cui si ricava l'incognita v_x

$$v_x = \sqrt{2gh} = 62,6 \frac{m}{sec}$$

La Lampis metodicamente matematica.

Qui di nuovo bisogna applicare i principi di conservazione in tre tempi. Prima il principio di conservazione dell'energia per sapere la velocità del carrellino prima dell'urto con la lastra di legno. Poi il principio di conservazione della quantità di moto applicato all'urto anelastico e di qui mi ricavo la velocità con cui partono il carrellino e la lastra incastrati insieme. Poi il principio di conservazione dell'energia per capire a che altezza arriva la lastra+carrellino con quella velocità.

Primo tempo:

All'inizio c'è solo la energia potenziale della molla che non è calcolata attraverso formule ma vien data: 2000 joules.

Alla fine c'è solo energia cinetica, l'incognita è la velocità del carrellino.

$$1000 = \frac{1}{2} m v_x^2$$

da cui ricaviamo v_x :

$$v_x = \sqrt{\frac{2 \times 1000}{m}} = 115,47$$

Spaventoso! Ma i dati sono quelli...

Secondo tempo:

L'urto è anelastico quindi applico il principio della conservazione della quantità di moto:

$$mv = (m + M_x) v_f$$

Ma questa volta ho due incognite: la massa della lastra e la velocità finale dopo l'urto anelastico. Ma so anche che alla fine arriva all'altezza h e quindi ho a disposizione anche il principio di conservazione dell'energia che mi dice che:

$$\frac{1}{2} (m + M_x) v_f^2 = (m + M) gh$$

Ricavo la v_f dalla prima:

$$v_f = \frac{mv}{m + M_x}$$

e sostituisco così com'è nella seconda:

$$\frac{1}{2} (m + M_x) \left(\frac{mv}{m + M_x} \right)^2 = (m + M) gh$$

Viene questa volta una equazione complicata in M_x . Peraltro di primo grado. Lasciamo perdere....

Un Maccioni frenoso

L'energia cinetica acquisita dal Maccioni deve tutta convertirsi in lavoro fatto dalla forza di attrito impressa dai freni, in modo che non ci sia velocità finale. Quindi applico il principio di conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2} (m + M) v^2 = F \times S$$

L'incognita è la forza di attrito F :

$$F = \frac{\frac{1}{2} (m + M) v^2}{S} = \frac{0,5 \times 195 \times 320^2}{100} = 99840 \text{ N}$$