

Il pendolo svelato

Nino Martino

Indice

Capitolo 1. Il pendolo svelato	5
1.1. Il fenomeno da osservare	5
1.2. Le variabili possibili	5
1.3. La misura del tempo di una oscillazione (ovvero la misura del periodo)	6
1.4. Il periodo dipende dal peso appiccicato al pendolo?	7
1.5. Il periodo dipende dalla lunghezza del pendolo?	8
1.6. un problema di metodo	8

CAPITOLO 1

Il pendolo svelato

1.1. Il fenomeno da osservare¹

Il fenomeno da studiare è l'oscillazione del pendolo. Se vogliamo vederlo semplicemente oscillare l'esperimento diventa banale, e magari autoipnotizzante. Se vogliamo capire più a fondo e fare quindi della fisica diventa non poco complicato. Questo è quasi generale. Osserviamo che succede qualche cosa e vogliamo sapere in genere perché è successo, da che cosa dipende che è successa una certa cosa. Perché siamo curiosi a riguardo. Perché magari non vogliamo che si ripeta perché è un fenomeno sgradevole, per noi. oppure vogliamo proprio che si ripete uguale perché abbiamo provato un certo gusto. oppure vogliamo che si ripeta meglio, con più forza. E' così che siamo arrivati al telefonino, o al frigorifero, o alle automobili (pensate al miracolo della automobili: sono una serie di esplosioni velocissime e controllate che fanno muovere la macchina, stregoneria sicura solo duecento anni fa... provate a levare la marmitta a una macchina e sentirete dal vivo le esplosioni.).

Ma per capire come ripetere o migliorare o evitare un certo fenomeno tocca vederlo da vicino, separare in variabili, vedere quelle che contano, fare delle misure, trasformare le variabili in numeri (attraverso le misure), fare equazioni e attraverso di esse arrivare a delle previsioni.²

Se per esempio uno deve costruire un pendolo che oscilli mooolto lentamente dovrà avere un filo molto lungo. E se poi riusciamo a scrivere una qualche equazione matematica, tirata fuori dagli esperimenti, che mi lega la lunghezza del pendolo al suo periodo di oscillazione, allora introducendo in questa equazione il tempo richiesto potrò ricavare la lunghezza esatta che mi occorre.

State studiando matematica fondamentalmente per sapere fare queste cose quando vi serviranno.

1.2. Le variabili possibili

Abbiamo visto una quantità di variabili possibili. Tra queste abbiamo scelto a torto o a ragione quattro: la lunghezza del pendolo, il peso attaccato al pendolo, l'ampiezza della oscillazione e il tempo di una oscillazione completa. Ce ne sono altre possibili e di queste magari ne parlerete meglio (o farete degli esperimenti in proposito) in seguito. Ovvero ci sembrava che il tempo di una oscillazione completa che d'ora in poi chiameremo

¹Alcune considerazioni su come è stato scritto questo documento. non ho certo perso tempo a formattare come vedete voi il documento finale, ci avrei impiegato una vita. Sto usando LyX, che è un programma sostanzialmente Linux, che mi permette di scrivere i testi senza preoccuparmi minimamente della formattazione e che in più mi permette di scrivere le equazioni e i simboli matematici in modo semplice. La resa grafica è eccellente come potete osservare. esiste anche LyX per windows e sto preparando un cd con tutti i software che vi possono tornare utili. LyX utilizza il TeX, come modo di scrittura. Fondamentalemnte dei marcatori di testo che dicono al computer come comportarsi e come stampare. TeX è il lignuaggio che viene utilizzato nelle facoltà scientifiche per scrivere documenti, articoli, tesi di laurea. Prima vi impadronite dei rudimenti di TeX, meglio è...

²questo paragrafo è ovviamente dedicato a Davide, con l'augurio che diventi uno che si chieda continuamente il perché delle cose

periodo del pendolo fosse influenzato dal peso e dalla lunghezza e dalla ampiezza della oscillazione. A conti fatti avete visto con gli esperimenti che l'ampiezza influenzava molto poco il periodo, il peso (contrariamente a quello che ci saremmo aspettati) non influenzava per niente il periodo e che l'unica cosa che aveva una grande influenza sul periodo era la lunghezza del pendolo. Ma abbiamo potuto individuare le variabili effettive solo facendo esperimenti. E' possibile dedurre per via teorica quello che abbiamo osservato? Se noi sapessimo un po' di più di fisica la risposta è sì. ma la fisica che sappiamo si basa sulla interpretazione teorica di esperimenti. E cosa un po' complicata...

Abbiamo invece scartato altre variabili possibili come il colore e la temperatura della stanza. La temperatura della stanza può fare allungare il filo, anzi senz'altro la lunghezza del filo dipende dalla temperatura. Ma la stanza di quanto si può scaldare, o raffreddare, durante l'esperimento La variazione può essere di qualche grado. E la lunghezza di un metro di filo di cotone varierebbe probabilmente di qualche decimo di millimetro. Troppo poco per poter essere osservata e troppo poco per poter influenzare in maniera osservabile il periodo. L'abbiamo ritenuta costante nei vari esperimenti e quindi l'abbiamo eliminata. Osservate che se ripeto l'esperimento in giorni diversi la temperatura della stanza può essere diversa, ma la variazione di temperatura da giorno a giorno non è mai tale da influenzare seriamente il periodo osservabile. Per il colore abbiamo fatto un ragionamento analogo. Potevamo fare l'esperimento se avessimo avuto a disposizione due fili colorati diversi. Ma il ragionamento era questo: il filo bianco riflette la luce, il filo nero l'assorbe e si scalda di più e quindi la temperatura del filo nero è diversa dalla temperatura del filo bianco. Ma di quanto è diversa? E' diversa di una quantità inapprezzabile nei nostri esperimenti. E abbiamo scartato per questo il colore del filo. Osservate che a rigore posso sempre fare un esperimento: tengo uguali tutte le altre variabili, faccio variare il colore del filo e vado a vedere se sperimentalmente questo influenza il periodo oppure no.

Oppure tengo uguali tutte le altre variabili e faccio variare la temperatura della stanza e con l'esperimento decido se il periodo cambia oppure no.

1.3. La misura del tempo di una oscillazione (ovvero la misura del periodo)

Sembra importante capire come fare a misurare il tempo di una oscillazione. Abbiamo rifatto l'esperimento in classe insieme con un ciondolo. Una oscillazione completa (andata e ritorno), misurata con il cronometro di un telefonino digitale era di circa (se non ricordo male) 0,8 secondi.

Ripetendo più volte la misura abbiamo visto che oscillava, non era mai lo stesso. Ma che errori abbiamo in gioco? Se noi facciamo scattare il cronometro alla partenza è necessario un tempo di risposta da parte dei nostri riflessi che in genere non scende al di sotto di 0,2 secondi. Poi dobbiamo di nuovo decidere di fermare il cronometro e sono altri 0,2 secondi. Complessivamente dobbiamo presumere di misurare 0,8 secondi con un errore stimato di 0,4 secondi. Che errore relativo commettiamo?

$$errore = \frac{0,4}{0,8} \cdot 100 = 50\%$$

errore relativo = Solo, dunque del 50%. Gruug! Un po' altino in effetti.

Allora è venuta l'idea di misurare il tempo di dieci oscillazioni e poi dividere per dieci. L'errore relativo è in questo caso (mi sembra di ricordare che il tempo di dieci oscillazioni del ciondolo era di circa 11 secondi) di:

$$errore = \frac{0,4}{11} \cdot 100 = 3\%$$

errore relativo = Adesso l'errore relativo commesso è del 3% sul tempo complessivo, ma è dello 0,3 % sulla singola oscillazione di 1,1 secondi. Adesso va bene. Osservate che il tempo della singola oscillazione è più alto del tempo misurato prima. Probabilmente c'è un ritardo notevole nella partenza. Tutto a posto, quindi? Neanche per sogno.

Tutto ciò va bene se le dieci oscillazioni sono tutte della stessa ampiezza. Ma se le oscillazioni diminuiscono di ampiezza sto introducendo una variabile non desiderata, l'ampiezza appunto della oscillazione. Come facciamo a dire che il tempo di oscillazione non dipende dalla ampiezza? se il tempo in questione dipende dall'ampiezza siamo fregati. E l'ampiezza sicuramente diminuisce con il tempo, infatti dopo un po' il pendolo si ferma. Quindi sicuramente abbiamo introdotto la variabile ampiezza, senza essercene accorti. Ma il tempo di una oscillazione dipende dall'ampiezza dell'oscillazione?

Non c'è altro modo: bisogna fare l'esperimento.

Vediamo adesso cosa è successo con l'esperimento. Alcuni gruppi l'hanno fatto bene: avete mantenuto costanti tutte le variabili possibili e avete variato l'ampiezza e siete andati a misurarvi il tempo di dieci oscillazioni. Se a diverse ampiezze il tempo di dieci oscillazioni era diverso c'era una dipendenza del tempo dall'ampiezza.

E avete trovato effettivamente che questa dipendenza c'è: al variare dell'ampiezza varia il tempo di dieci oscillazioni. Non è una dipendenza lineare, cioè il grafico non risulta una retta, se pensate (ma non fatelo mai!) di congiungere i punti. Quando vado da ampiezze grandi a ampiezze piccole il tempo diminuisce molto meno verso la fine della curva.

Ed è vero. Avete scoperto un andamento effettivo: il periodo dipende dall'ampiezza delle oscillazioni. La formula che ha citato uno di voi infatti vale per piccole oscillazioni ed è comunque una formula approssimata.

Allora non possiamo contare dieci oscillazioni e poi dividere per dieci? E tutto il discorso fatto prima cade?

Se osservate bene quanto è la variazione del periodo scoprirete che per andare da 180 gradi a 15 gradi di ampiezza il tempo diminuisce di circa un decimo di secondo o giù di lì. Ma allora se io parto da 15 gradi e conto dieci oscillazioni, il tempo praticamente non varia, non posso strumentalmente accorgermi della variazione del periodo. In dieci oscillazioni l'ampiezza non varia molto. Pensate: se variasse di un grado ogni oscillazione (varia molto di meno) ci vorrebbero 15 oscillazioni per fermarsi. Ma il pendolo ne fa molte di più.

La dipendenza del periodo dall'ampiezza è tanto debole da non poterla rilevare.

In altra sede e in altra città ho fatto l'esperimento con il computer on line. Il pendolo interrompeva una fotocellula ogni volta che passava dalla posizione di equilibrio e un contasecondi elettronico misurava il tempo. Poi il computer faceva automaticamente il grafico. La dipendenza del periodo dall'ampiezza era evidente: il computer era in grado di rilevare le piccolissime differenze che c'erano.

Conclusioni: prendete pure una piccola ampiezza (tipo 15 gradi), fate oscillare il pendolo e contate tranquillamente il tempo di dieci oscillazioni e dividete per dieci per avere il periodo. Le oscillazioni per quella ampiezza e per quel numero di oscillazioni sono *isocrone*, cioè avvengono tutte con lo stesso periodo.

1.4. Il periodo dipende dal peso appiccicato al pendolo?

La prima risposta che vi è venuta in mente è che c'è una dipendenza. Ma come facciamo a saperlo esattamente? Bisogna fare l'esperimento. Mantenendo costante l'ampiezza di partenza (resi ormai esperti della e dalla vita...), piccola ampiezza ovviamente (perché ho scritto "ovviamente"?), e mantenendo costante la lunghezza del pendolo, variamo il peso appiccicato, con uno, due ecc pesetti.

Di ciascun tempo con un determinato pesetto facciamo tre misure e facciamo la media delle tre misure. C'è però un problema che alcuni gruppi non avevano inizialmente tenuto in conto.

Quando io aggiungo un pesetto sto di fatto variando anche la lunghezza del pendolo. Ogni volta che aggiungo un peso devo tirare su il filo in modo che il pendolo abbia la stessa lunghezza, altrimenti misuro una cosa pensando che sia un'altra.

Come fare a mantenere la lunghezza del pendolo costante? Arrangiatevi... Fate poi un grafico delle misure ottenute e vedete un po' cosa ne vien fuori...

Quello eh ne è venuto fuori è che apparentemente c'era una dipendenza dal peso appeso. Ma se osservate bene i punti sono disposti casualmente nel grafico. Ci sono piccole variazioni (molto piccole) e abbastanza casuali. Le oscillazioni hanno in realtà lo stesso periodo, se tenete conto degli errori sperimentali commessi nelle misure.

Questo è sorprendente: noi immaginavamo che il peso attaccato influenzasse *fortemente* il periodo, tutti si aspettavano di vedere una qualche forma di forte dipendenza. Era ragionevole supporlo: la forza di gravità, qualunque cosa essa sia, non abbiamo ancora fatto le forze, è maggiore nel caso di un peso più grande. Ed è la forza di gravità che mette in moto il pendolo. Come è possibile invece che il periodo non dipenda dal peso?

Ricordatevi di questo quando studieremo da vicino la massa, il peso, e la forza di gravità. Ne daremo spiegazione, anche sperimentale. D'altra parte tutti i corpi in assenza di attrito dell'aria non cadono nella stessa maniera indipendentemente dal loro peso?

1.5. Il periodo dipende dalla lunghezza del pendolo?

Incalliti dall'esperienza fatta, adesso manteniamo il peso appeso, l'ampiezza (goniometro!) dell'oscillazione e variamo la lunghezza del pendolo. Conviene misurare da venti centimetri a un metro (attenzione sempre al goniometro!...). Fate una dozzina di misure (ciascuna di tre e poi media) e poi fate il grafico e vedete che ne viene fuori. (obiezione: ma non abbiamo un supporto da un metro... Risposta: ingegnatevi...).

I gruppi che sono riusciti a variare la lunghezza del pendolo e misurare il periodo hanno visto finalmente una bella dipendenza. Un grafico che NON è una retta e che mostra finalmente belle variazioni. Per lunghezze ... lunghe i periodi sono grandi, per lunghezze corte i periodi sono piccoli, ma non c'è proporzionalità diretta, è una curva un po' strana. Per i cultori vi posso anticipare che la formula, ricavata per via teorica dice che per piccole oscillazioni il periodo T è dato da:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

dove l è la lunghezza del pendolo contata dal punto in cui è attaccato al centro della massa appesa, e g è la accelerazione di gravità (che non sapete ancora cosa è, ma è qualche cosa collegata alla forza di gravità, varia da pianeta a pianeta... e varia anche con l'altezza).

1.6. un problema di metodo

Osservate bene il metodo usato in laboratorio e in queste dispense. Molti di voi inizialmente erano un po', come dire, spersi. Perché nessuno gli diceva esattamente cosa fare? In effetti siamo riusciti a ricavarci delle buone cose sperimentali, e molte cose sono state scoperte da voi. Non posso sapere in anticipo seguendo questo metodo, come si svilupperanno le cose. E' evidente che arriveremo sempre a cose già ben stabilite (in realtà quasi sempre, mi è accaduto qualche volta di arrivare con la classe ad alcuni conclusioni corrette ma non riportate nei sacri libri...), come la legge del pendolo, ma come ci arriveremo questo dipende di volta in volta da quello che fate voi e dai miei consigli. Questo è anche il motivo per cui voi avrete dispense sempre dopo e mai prima. E' inutile che scriva per me stesso raccontandomi come dovrebbero essere le cose. Io lo so già. E' assai più utile che ci arriviate voi e che io scriva poi quello che è successo, come ci siete arrivati. Osservate

inoltre che in questo metodo la funzione del docente è forte e che paradossalmente nel caso in cui il docente dica già in anticipo tutto la sua funzione è ... debole.³

³Ancora una nota su come vengono costruite queste dispense. Avrete notato la impaginazione e l'indice. E' il software che fa, io mi concentro su quello che devo dire e il software impagina nel modo migliore. Quando farò altre dispense, queste verranno inserite come altri capitoli, l'indice si aggiornerà automaticamente con le il numero di pagina giusto ecc. Voi avrete di volta in volta le dispense, ma alla fine potremo fare un collage di tutto e viene fuori un libro vero e proprio con capitoli, sezioni, indice e quant'altro. Vi conviene imparare anche queste cose, vi serviranno, dopo...