Equazioni dimensionali

Iniziamo con la differenza fra grandezze fisiche fondamentali e grandezze fisiche derivate. Dovete di nuovo fare attenzione alla trappola linguistica. Qui fondamentali e derivate non hanno lo stesso preciso significato che nella accezione comune. Non ci sono grandezze fisiche più importanti delle altre.

Grandezze fisiche fondamentali sono quelle non deducibili da nessuna altra grandezza fisica. Finora ne abbiamo incontrato due: spazio e tempo. Nel corso dei cinque anni che passeremo insieme ne definiremo in tutto quattro: lunghezza, tempo, massa e intensità di corrente elettrica.

Grandezze fisiche derivate sono quelle che possono essere derivate attraverso una formula dalle grandezze fisiche fondamentali. La velocità è una grandezza fisica derivata, infatti:

$$v=\frac{s}{t}$$

Per ottenere la velocità divido uno spazio per un tempo. Spazio e tempo sono fondamentali, velocità è grandezza fisica derivata.

E straordinario che tutta la fisica classica e tutto l'elettromagnetismo possano essere costruiti con sole quattro grandezze fisiche fondamentali. Non è per niente ovvio, potrebbero essere molto di più e invece sono solo quattro.

In più vi faccio notare che assodato cosa sia spazio e tempo non ci sono dubbi su che cosa sia la velocità. Mentre nella definizione di spazio e tempo e poi di massa (quando la incontreremo) avremo sempre difficoltà a non finire. Ci sono proprio dei problemi operativi (vi ricordo il problema della misura del tempo attraverso un fenomeno periodico...).

Detto questo cosa vuol dire considerare le dimensioni della velocità? Significa andare a vedere in che modo la velocità deriva dalle grandezze fisiche fondamentali spazio e tempo. Quando consideriamo le dimensioni mettiamo la grandezza fisica in questione fra parentesi quadre: $[v]$. Questo simbolo vuol dire che sto considerando le dimensioni di v .

Allora:

$$[v]=[\frac{s}{t}]=[\frac{l}{t}]=[l\,t^{-1}]$$

Le dimensioni dello spazio sono quelle di una lunghezza e quella di tempo è ovviamente quella di un tempo. La velocità dipende dalle grandezze fisiche fondamentali in questo modo: è una lunghezza fratto un tempo.

Questo mi permette anche di attribuire facilmente le unità di misura: se la lunghezza si misura in metri e il tempo in secondi, l'unità di misura della velocità sarà $\frac{metri}{secondi}$ che abbreviato si scrive: $\frac{m}{s}$ o anche m/s.

Proviamo a vedere le dimensioni dell'accelerazione:

$$[a]=[\frac{v}{t}]=[\frac{(l\,t^{-1})}{t}]=[l\,t^{-2}]$$

allora l'unità di misura dell'accelerazione sarà $m\,sec^{-2}=\frac{m}{sec^2}$ che si scrive anche m/sec$^{2.}$

Vediamo altri calcoletti del genere. Supponiamo di voler vedere le dimensioni della velocità media:

$$[v_m]=[\frac{(s_2-s_1)}{(t_2-t_1)}]=[\frac{(l-l)}{(t-t)}]=[l\,t^{-1}]$$

Osservate che dal punto di vista dimensionale non si fa, algebricamente, $l-l=0$, ma invece $l-l=l$. Pensateci bene. Che cosa fa una lunghezza meno una lunghezza? Fa una lunghezza. Sette mtri meno due metri fa cinque metri. Sto considerando le dimensioni degli oggetti, non faccio algebra in senso ordinario del termine.

Ah, ovviamente le dimensioni di una velocità media sono le stesse di quelle di una velocità...

Tra le altre cose i coefficienti puramente numerici (i numeri puri...) vengono trascurati, ovviamente, nel calcolo dimensionale.

Prendiamo ad esempio la legge fatta in classe:

$$s=\frac{1}{2}a\,t^2$$

Controlliamola dimensionalmente. Il coefficiente $\frac{1}{2}$ è un coefficiente numerico e nonm lo prendo in considerazione. Allora l'equazione diventa:

$$[s]=[\frac{1}{2}a\,t^2]=[at^2]=[l\,t^{-2}\,t^2]=[l]$$

$$[l]=[l]$$

Il membro a sinistra ha le dimensioni di una lunghezza e, ovviamente, anche il membro a destra ha le dimensioni di una lunghezza.

Questo tra l'altro ci suggerisce di vedre se una certa formula ricavata da qualche problema è dimensionalmete corretta o se abbiamo fatto qualche errore clamoroso.

Andate voi per esercizio a vedere se la formula:

$$s=v\,(t-t_0)-a\,t^2+v_0$$

è dimensionalmente corretta o no. Ricordarsi che il segno meno o il segno più sono la stessa cosa dal punto di vista dimensionale: una lunghezza meno una lunghezza fa una lunghezza. Una lunghezza più una lunghezza fa una lunghezza.

La correttezza dimensionale di una formula è condizione necessaria ma non sufficiente perché la formula sia corretta. Ovvero esistono formule dimensionalmente corrette ma che sono sbagliate. Invece non esiste alcuna formula dimensionalmente sbagliata che sia giusta.

A suivre...